

算  
海  
說  
詳

其海說詳第二卷

白下隱吏古齊陽丘瞻尼軒強恕居士李長茂拙翁甫輯著

執區章

此章係田疇之形狀拙積實之推尋廣縱截割互明折併減增各異以  
互容較其分數以毫釐分其細微區畝詳盡斯篇諸法由此原本  
丈量田畝總歌

方田自乘積步明

直田長闊以相乘

圓田乘求有便法

周徑各半速其中

徑乘七五乘再加

三因四歸法一同

周徑相乘四歸得

乘歸同法碗丘各

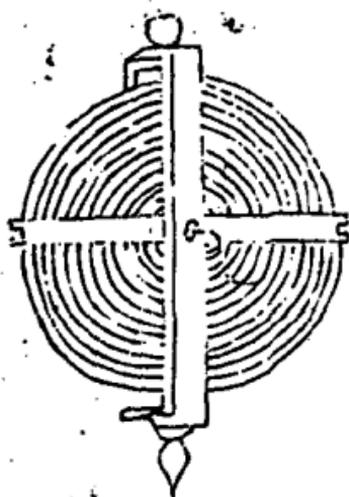
環田內外周相併

折半乘以徑步行

弧矢弦長加矢步

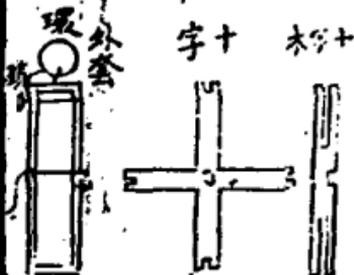
折半矢乘積實呈

丈 量 篋 車 圖



勾股圭梭攬田等  
長乘便見積數成  
三廣倍中併二潤  
折半還將半徑通  
欹缺形狀多不倫

長廣相乘折半平  
二不等併兩廣步  
四歸再以長乘從  
四五不等須分段  
因形截大算始工



此即十字木也一撮二  
根合成十字整口縛定  
外即前二根交角合成  
十字中心一撮安下轉  
心四頭開口用拴置鎖  
上長口是監乃置篋之  
槽口以短口是橫乃鎖  
篋之口  
外蓋  
十字即套入

梯斜兩廣相併折  
折半長乘法相重  
牛角眉田兩長併  
廣長不一有同情

心法擇嫩竹節平直者作篾接頭處用銅絲扎住篾上寫明步尺字標用  
明油油之却用前車或貯車外套似無蓋底小墨匣內空僅容十字標  
動下底鑿一區眼後高前低出篾頂上釘環以便抬運下釘尖脚以便  
插五內十字木各長一尺三寸方九分四頭監開長槽口四通濶三分  
長四寸貯轉竹篾橫開四小口用拴置銅每出篾丈量引篾到界篾車  
內遇某頭小口湊着外套銅眼即用拴拴之置銅十字中心鑿方眼安  
三折曲尺樣轉心一根外套中心鑿圓孔以便攪轉猶同紡車之形用  
則由底眼出篾丈量用完則轉心攪回車內

求敵法○丈量之法以五尺為一步乃長濶計方五尺積方二十五尺為  
一步步下五寸為一分一尺為二分一寸為二厘積步問敵二四歸除

誦問積步二四固乘

解義 數以十為準因一步止五尺故一尺作二分一寸作二厘合五

律法或用四端二端而次第歸法求之問積用飛還法認不外二四皆除之意并判于後

飛歸法曰一作五下除二見一無除作四隔位生四進一除二四見二無

除作八隔位生八進二除四八進三除七二進四除九六以上積步問

飛還法曰一退二四二退四八三退七二四退九六五留一二六留一四

四七留一六八八留一九二九留二一六以上數問積步

解義 一作五下除二即二一添作五五四下位除二也一無除隔位

二隔位還四也進一除二四即進二進一十一四隔位除四也見二

外法作八隔位生八即見二無除作九二無除借一下還二本位留

下法作四四八除三十二下位除三又去一隔位還八也進二除

四進四進二十二四除八七進三除七二即進六也三十三四

除一十二下位除六進三于前又除一共七層位除二也進四除六  
 除四六亦是二十四持乘每法又檢二四爆除立為成法交換直捷  
 呼到底商直了快萬無差誤至飛運法又不知直用二四同乘為真  
 便無差

方田求積求方面歌 ○方田積易明 ○方面自相乘 ○因積求方面 ○開

方得其平



今有方田一段四面各五十步問積步及田若干

置長五十以闊步乘之得積二千五百步以畝法四除

之得田十畝零四厘一毫六絲六忽 定位法先從原

首位數起順下至截止下一位定法首數逆數陸上至實首位合得

千二順下位即是百也餘皆做此 積求方面置積二千五百用開平方法

五十五步

方 形 斜 量



除之得每方五十步

增法

以周求積周自乘以十除得積解見後方

解義

方田之積由方面自乘而得故因積求方即將積乘以下方

矢勾

除之即運源注也無論圖直弧角等形因積求長求闊求弦

數如

前古田止五十步一位下位是步位再下一位定十位上至

當位

起二數如突首十則乘數為千位突首百則乘數為萬位但詳

突首

數明按教陞起即不必

碩數

至下再逆陞至上可也

今有

方田一段斜長七十步零七分一厘零六絲捌忽問

積步

若干 增法置斜長七十步零七分一厘零六絲捌忽問

折半

得積二千五百步 增法置斜長七十步零七分一厘零六絲捌忽問

解義

方田之斜即勾股之弦斜身積數內包兩個方自身製為法方

數今改正方五十步斜七十步自乘止得四千九百步不足方自乘加倍之

以八忽算者數分不盡數算作法也詳說見後方斜下

方田截積



今有方田四面各十五步從一邊截一直形積三十二步  
計截湖四步問截長若干  
⑤法置截積三十二步為實以湖  
步為法除之得截長八步  
如以長問湖即以長除積得

湖



前田從一角斜截勾股形積三十步問截湖即置截積三十  
步

加倍得六十

為實以方面十五為法除之得湖四步

解義

方田直田截積易曉截直形則以長得湖以湖得長截勾股圭  
角等形則倍積求之因勾股等田皆本直積折半故亦以倍積

運源

得平湖也  
以小湖問大大湖同小將平湖加減可得

今有方田

一坵從四圍截田十畝四面湖各十步問外方

內方及原田各若干

⑤法置截田十畝以畝法相通之得

截積

二百四十以湖步為法除之得五百四十內方減退四十

方田截環



今有方田四面各五十步從一邊截一直形積三十二步  
計截湖四步問截長若干  
⑤法置截積三十二步為實以湖  
步為法除之得截長八步  
如以長問湖即以長除積得

餘二百以四歸之得內方五十步外方加入四十步得二百八十以四歸之

得外方七十步將外方自乘得原田四千九百步除存內方五十步自乘

二千五百步計截外圍二千四百步

又方田截環以濶間內方及積法○今有方田外方六十步從四圍截濶

三尺六寸問內方及內外積各若干

二百四另置截濶三尺以每尺二分通之得七厘以八因之得五分六厘以

減十步餘二百三十四以四歸之得內方面五十八步五分六厘自

乘得積三千四百二十九步以四除之得該田一十四畝二分八厘八

毫六絲四忽另將外周二百步併內周二百三十四折半得二百三十分

二以七分乘得一百七十七步零七該田七分一厘一毫三絲六忽

又方田截環以外方間截澗法○今有方田從四圍截一十二畝四分七

厘四毫外方七十二步間截澗若干 (增)法置截田四通之得二千九

三步七 為實另將外方四因得外周二百八以每周一應減四約十應

分六厘 餘二百四除實不盡即約定十二以四因得八十以減外周餘

二百四以十二乘得二千八百除實訖餘實一百一十三另將二十以

八因得九十以減外周二百八餘一百九以約餘實再定六以四因得

四分以減十二步餘九步六分以六乘之得一百一十三除實恰盡得

截澗一十二步六分 又法置外方自乘得全積內減截積餘積用開

平方法除之得內方併外方折平以除截積得截澗亦得

解義外周間內周每步或八步折平或四步無論截澗若干只四圍

方內截圓



今有方田一段從中心截一圓  
田作塘塘外四面濶各十步方  
周比圓周二倍問外方圓徑及

內外田各若干

置兩面外方內餘濶步二十倍之得內徑四十步

加外濶步二十得外方面六十步內圓徑步四十自乘得一千六百三因四歸

得內圓積一千二百步外方步六十自乘得共田積三千六百步除內圓

一百步得餘方積二千四百步置圓外濶各十五步方周比圓周

兩倍餘四十步問方徑田置兩面濶共三十倍之得六十另置餘十

步折半得步二十以減倍濶步六十得內圓徑四十步加兩濶步三十得外方

面七十步照上除內圓積得餘方積置圓外各濶五步方周比圓

周兩倍不足六十步問方徑田 置兩面濶共步加倍得步 另置不足六十折半得步 加入倍濶步 得內圓徑五十步 加兩面濶步得

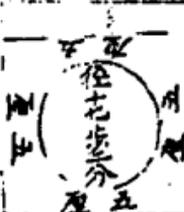
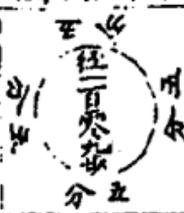
外方面六十步 膜上除內圓積得餘方積

今有方田一段從中心截作圓

塘餘外四面各濶五分方周比

圓周兩倍不足二百一十四步

方內除



問外方內徑及內外田各若干

置兩面濶共一步加倍得二另

置不足二百一折半得七步 加入倍濶得內圓徑一百零九步 加

入兩面濶步得外方面一百一十步內徑自乘得百八十一步 三因四

歸得圓塘積八千九百一十步零七分五厘 外方自乘得共一萬三千一

百步除內圓得外餘方積三千一百八十九步零二分五厘

外濶各五厘方周比圓周多一十七步六分間方徑田 置兩面濶共

分以四因之得四分以減多一十七步六分得內圓徑一十七步二分加兩濶分

得外方面一十七步三分照上法得積 增法塘外各濶三分七厘方

周比圓周多一十二步一分九厘間方徑田 置兩面濶共四分以四

因之得二分九厘以減多一分九厘得內圓徑九步二分三厘加兩濶分

得外方面九步九分七厘照上法除得積

解義凡方內除圓內圓徑以圓外餘濶二倍則外方周得內圓周

圓周出二倍之外必方濶較圓徑有溢于半倍之外或二倍不足若

于即方濶較圓徑不足于半倍之數故即餘數不足數加或濶較乃

得圓徑數共濶數必加倍者因本外方周比內圓周二倍立法故須

加倍以合之也餘不足數七折半者方周四分圓周三分是方周比

圓周多一分方圓加倍比圓周便多二分餘出之數與不足之數皆  
是二倍故必折半始合本數也末二法不用將餘潤加倍亦不用以  
圓周二倍較量者乃即以方圓多同之本數求也方圓本數四分  
多圓周一分其多出之數除去分外多數止存淨多一分之數故四  
同潤多之數以較周多之數餘得徑數也潤多前法用加倍合圓周  
二倍之法也此用四圓者合方面四面之圓也二法總一理因內附  
數少外周數過多故加倍求之外周多內周數無幾遠不足圓周而  
倍之數故只以本數求之其寔二法可互用也

方

外方八十步

今有方園田一段外方八十步內方六十步潤十步問積

園

積

田若干(舊法)置外方八十步內方六十步併之共一百四折

積

半得七十步以四因之得二百八十為費以潤十步因之得積二

千八百步以故法二通之得田一十一畝六分六厘六毫六絲不盡

直田求積求長潤歌○直田長潤不相同○長潤相乘積數成○積潤問

長潤除積○問潤長除潤亦明

直田  
田  
積  
長六十步

今有直田一段長六十步闊三十二步問積步及田若干  
置長六十以闊三十二步乘之得積一千九百二十步以

法四除之得田八百

若問長以闊除積得長闊以長除積得闊

斜  
長多闊千步  
積  
問  
斜  
積  
步  
若干

今有直田一段只云斜長六十八步長多闊二十八步問  
積步若干  
置斜長六十八步自乘得四千六百另以長

多闊八步自乘得七百八以減斜積餘四千八百折半得積一千九百

二十步

解義

斜問積以長多闊步自乘減斜自乘折半合積者長闊相乘得

千六百步較原積多一個二十八步乘六十步法積一千六百八十  
步闊自乘一千零二十四步較原積少一個二十八步乘三十二步  
積八百九十六步以長自乘內多二十八乘六十步法內積二千二  
八乘三十二數補闊自乘不足之數合成兩個原積數止餘一個二

十八乘二十八自乘之數故以多步自乘或斜自乘數折半得合原積也

難題問積歌○三十八萬四千步正長端的無差誤六緣二忽五微潤不

知共積多少畝

**舊法**置長

三十八萬四千步

為實以潤

六係二忽五微

為法乘之得

**積二百四十步以畝法四除之得田一畝**

解義

此即以長乘潤求直田法無異也第加從太長偷廣太細以起人若思耳

難題問長濶歌○直田七畝半長濶爭一半今特問高明此法如何美

**舊法**置田

七分

以畝法二通之得積

一千八百步

折半得

九百步用開方法除

之得濶三十步再加一倍得長六十步

解義

因長是濶而倍得積折半便是長一半與濶相同之方積故用開平方法除之得濶再加倍得長也

難題濶斜和問積歌○昨日丈量田地回記得長步整三十廣斜相併五

十步不知幾畝及分釐

**法**置廣斜相併

步五十自乘得百步

長三十自乘得九百以少減多餘一千六百折半得八百為實以廣斜十五

步為法除之得 $\textcircled{四一十六}$ 步以乘長三十得積 $\textcircled{四百八十}$ 步以畝法 $\textcircled{四二}$

除之得 $\textcircled{田二畝}$

解義 此印勾弦和求勾法解見勾股章

難題長濶差步問長濶西江月○假有坡地一段中間一賣安茱總皆一

畝二分平更有八厘相應只要縱多二堵每堵八尺無零築牆選日催

工與幾許封堆可定此言有地一畝二分八厘周圍築牆每堵

**法**置田分一畝二分八厘以畝法二通之得積三百零七步為實另置縱多堵

堵二以八乘之得六十一以步法五歸之得三為縱方以開平方帶縱法

除之得濶(一十六步)加入多墻三分得長(一十九步)(二)分另將每堵

以步法五歸之得一分為法除濶得該墻(十堵)除長得該墻(十二堵)

解義即以積問長濶法又多入數數及墻尺數待通求耳多時二堵

難題長濶和並差步問長濶積歌○今有直田用較除一百二十步無餘

長濶相和該一百問公三事幾何如(更)法置較二十以減相和一百

餘八十折半得濶(四十步)加較二十得長(六十步)以長乘濶得積(二百)

(四)十步

解義長濶一百即勾股和較除二十即勾股較或言斜若干或言積

若干俱可以較與斜較積數相求因不言斜與積故以較和并

言之於內一百二十步無餘一百即相和一百步言一百步內差二

十步為法又增出一百二十步為較除却以相和一百步或之餘二

十為較此無所本會更正三

事即長濶與積三件事也

難題長濶和並差步間積歌○今有直田不知畝長濶相和十七步濶不

及長廿五尺請問田該多少數

**更法**置相和七步減不及長五尺以

步法五歸之得步餘二步折半得步為濶加不及步得步十一為長相乘

得積六十六步以畝法二除之得該田二分七厘五毫

**解義**此與上法同第加入不及廿五尺改步言尺示人知除算耳長

五步為濶十二步為長相乘得積六十步

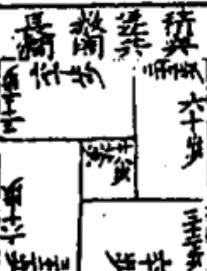
得田二分五厘餘矣今更正前法

今有直田一段積一千九百二十步長多濶二十八步間

原田長濶各若干 **舊法**置積一千九百以四因之得七

六百八十步另以相差八十步自乘得七百八十四步併二數共八百六十四步減相差八十步餘六百八十四步折

為實用開平方方法除之得長濶相和共九十九步減相差八十步餘十九步折



步四

半得濶三十二步 加入相差八十步得長六十步

今有直田一段積一千九百二十步長濶共九十二步間長濶各若干

置積一千九百 四因得七千六百 另以長濶共九十二步自乘得八千

六十 內成四因積七千六百 餘七百八 為實用開平方除之得長濶相

差八十 以減長濶共九十二步 餘四步 折半得濶三十二步 加相差八十步得

長六十步

解義 以積與差別長濶將積用四因又加差自乘積者一個積數係  
如前圖四面五頂每一面一側長頂一側濶四圖項合內中四面五  
塊之得九十二步為長濶共數也就九十二步自乘得八千九百  
長多之數除六千四百步是長濶兩平之故故差數折半得濶加  
以積數并長濶共數開長濶共數自乘或除四因積數除數開方

得遺數二十八步者共數自乘內有四個積數一個是自乘數除四  
因積數止存一差自乘故故開方得差數即上法還源一理也

直日長十五步

今有直田長一十五步濶一十二步從一邊截積五十四

積截

步六分大濶截四步問截小濶若干

置截積

六為實以原長十五為法除之得分三步六分四重加倍得分十步二分八重以

之餘得小濶三步二分八厘又法倍截積得步一百零九為實以原長

一十為法除之得分七步二分八重減去大濶步四得小濶三步二分八厘亦得

解義 直田截積或以濶除積得長以長除積得濶皆徑立易曉無矣  
多費故第載此截斜一法為例餘皆可以類推

難題截積濶揚練長十六濶十五不多不少恰一畝內有八個古墳墓

更有一條十字路每個墓同六步十字路濶一步每畝價銀二兩五除

了墓除了路問君該利多少數 置田一畝以畝法通之得四十二

步另置墓周六步自乘得六十以十除之得步六以墓乘之得三十六又十步

路濶一直長六步橫長五步內除中心一步共三十步加十四步得四十四以

畝法四除之得截去占地二分二厘以減田畝得實存田七分七厘五毫

以每畝價二兩乘之得該價銀一兩九錢三分七厘五毫

詳義墓以周自乘用十二除之者以圓周求積用十二除之也法見圓田下

圓田求積求徑歌○圓徑自乘法有因○三因四歸得積真○積加四因

三歸法○開方求之徑可尋

圓田徑五十六步周一百六十八步問積步及田若

積中徑十六步干實法置徑五十自乘得三千一百三十六三因四歸得積二

干三百五十二步以畝法四除之得田九畝八分又徑

置徑自乘積以五乘之得本積

又法置周

一百六折半得八步又置

徑五折半得

八步以乘四步得本積

又法置周

六十以徑五十乘之再以

四歸之亦得

得二百八千二以二十歸除之亦得

又法置周

六步以徑六十乘之再以

四歸之亦得

因之亦得

解義

圓田徑即方面自乘合一方田積圓得方積四分之三

分五重也半徑乘半周圓半周是全徑有半以半徑乘之得十分中七

徑乘全徑得方積四分之三也全徑乘全周是一圓徑乘三圓徑得三圓方

積即四圓積故用四圓積全周自乘是三個徑乘三圓徑共

九圓徑自乘得九個方積即十二圓積故用十二圓積得積半圓

自乘是一個半徑自乘是一個徑自乘是四分如一半自乘積數多出

七分之二共得九分計三細圓積故用三歸得積半徑自乘上停方  
積四分之一故用三因得積若將徑三因四歸得四十二步以乘徑  
五十六步亦正得圓田本積大抵圓內方求以徑自乘三因四歸此  
正法也凡自乘數一邊減半一邊增半積數較原自乘數得四分之二  
三半徑乘半周是也一邊不加一邊加作三倍積數較原積亦三倍  
徑乘周是也兩邊各加作三倍則積數得九倍三三成九周自乘是  
也各加半倍則積數較原積得二倍零二分半半周自乘是也各取  
一半則積數得四分之一半徑自乘是也李者須推明自乘數理則大異瞭然矣

積求圓徑○今有圓田積二千三百五十二步問圓徑若干

二千三百五十二步 四因三歸得積三千一百為實用開平方方法除之得圓徑五

(十六步)

解義 圓田徑即方田而其積數原本方積三因四歸而得故以積則  
徑仍將圓積四因三歸還原復合方積用開方得徑

雞題問半徑歌○曠野之地有個椿椿上繫着一羣羊圍圓踏遍三畝二

畝問半徑幾丈長 此借物比喻言圓田三畝二畝  
分明同至中心半徑若干

置田三畝二畝以畝

法二通之得積七百六十四因三歸得一千零二為實以開平方除之得三十為圓之全徑折半得繫半中處(半徑)一十六步以每步尺五乘之

得(半)繩長八十丈

積大間截弦○今有圓田從一邊截濶八步計積一百二

十八步間截長若干(實)法置積一百二倍之得二百五

為實以濶八為法除之得三十二減去濶八得(截)長(二十四)

圓田截積



(步) (增)法置積一百二為實以截濶八為法除之得六十一另得截濶八

折半得(步)以減六步餘二十倍之得(截)長(二十四)步

解義 圓田截積即矢田倍積以濶除又減濶得長者因矢以矢本數減去矢步得弦步也不倍積以矢除之又減半矢加倍得弦者以本積原是以矢乘半矢半弦將本積以矢除之得半矢半弦數

減去半矢止存半弦故加倍得全弦一理也法俱本弦矢而弦矢  
源法也

圓田以積與截長問截闊法○今有圓田從一邊截弦長二十四步計

積一百二十八步問截矢闊若干(舊法)置積一百二加倍得二百

為實用帶縱開平方法以弦長四步置於右為縱方約商八於左亦置

八於右縱方四步之下位共三十步皆與左商八相乎三八除實四十二

八除實六步除實恰盡得截矢闊八步(新法)置積一百二為實另將

弦長四步折半得二步為縱方約商八於左却亦折半加四於縱方之

下位共六步皆與左商八相乎一八除實一六八除實四步除實恰盡

亦得截矢八步

解義倍積用帶縱開平方法求之得矢者原積係以矢乘半矢半徑倍  
積便是矢乘全矢全徑之數用方法係自乘之數帶入弦長為

後方便是以矢乘全弦夫自乘便是以矢乘全矢故除定得盡可  
矢也不待續以法折半為綴方是個半法將高步二折半如綴方是  
個半矢除實得盡正是全矢乘  
半矢半弦之數故亦可以得矢

圓田徑矢求截弦歌○圓徑與矢求弧弦○半徑自乘得積先○另置半  
徑減去矢○餘徑自乘減其前○剩積再用開方法○得數加倍弧弦  
全 今有圓田不言截積步若干止言中徑二十六步從一邊截矢八  
步問截弦若干 (舊法)置中徑二十六步折半得一十三步自乘得一百六十九步為實  
另以半徑減去矢八步餘步自乘得二十五步以減一百六十九步用開平  
方法除之得一十步之得截弦二十四步 (又法)置全徑自乘得七十  
六步另置矢八步加倍得一十六步以減徑二十六步餘十步自乘得一百  
餘五百七十六步用開平方除之得截弦二十四步

解義此用勾股法也半徑即弦半徑減矢得餘徑即股半弧弦勾乃以股積減弦積止存一勾積故開方得勾詳詳勾股章又法乃加倍法全徑是半徑兩倍全徑積倍矢餘十步亦股兩倍餘積開方得全弦亦即勾兩倍一理也

又圓田徑矢求截弦歌○徑矢求弦法最良○以矢減徑存餘長○復用矢測乘為實○開方倍之弦可詳 今有圓田不言截積步若干止言

中徑二十六步從一邊截矢八步問截弦若干

舊法置圓徑

二十六步減

矢八餘八步以矢八步乘之得一百四十四以開平方除之得二十步倍之得

弧弦二十一四步

解義

矢乘餘徑與半弦自乘之數相合故以矢減徑後以矢乘之開方得半弦加倍即全弦也

圓田徑弦求截矢歌○圓徑與弦求截矢○半徑自乘積數推○弧弦折

半亦自乘○得數用減半徑積○剩積開方見餘徑○以減半徑餘即

矢 今有圓田不言截積步若干止言中徑二十六步從一邊截弦長

二十四步問截矢闊若干 (舊法)置中徑二十六步折半得十三步自乘得百

九步為實另以弦四步折半得二步自乘得四步以減實得九步餘

實五步用開平方法除之得步五以減半徑三步步餘得截矢八步 (又法)

置全徑自乘得六十七步為實另以全弦自乘得五十七步減之餘步一十

開平方法除之得步十以減全徑六步餘四步折半得截矢八步

解義 而徑矢求弦是以股積減弦積餘得勾此徑法求矢是以勾積

如以徑與弦積餘得股股乃半徑減去矢之餘徑即下法所云高徑也

若是以舊法從到求高徑法即上求矢之法故不復贅

圓田弦矢求圓徑併離徑歌○弦矢可將圓徑推○半弦自乘矢除之○

十加矢淵為圓徑○半徑減矢離無疑 今有圓田截矢八步弦二十

四步問圓徑及矢離徑各若干 (舊法)置弦<sub>四步</sub>折半得<sub>二步</sub>自乘得

一百<sub>四</sub>為實以矢<sub>八步</sub>為法除之得<sub>一十</sub>再加矢淵<sub>八步</sub>得<sub>圓徑</sub>二十六<sub>步</sub>

將徑折半得<sub>一十</sub>減矢<sub>八步</sub>餘得<sub>矢離徑</sub>五<sub>步</sub>

圓田弧弦及離徑求圓徑歌○弧弦離徑求圓徑○弧弦折半自相乘○

離徑自乘併為實○開方加倍為圓徑 今有圓田截弧弦二十四步

矢離圓徑五步問圓徑及矢若干 (舊法)置弦<sub>四步</sub>折半得<sub>二步</sub>自乘

得<sub>一十</sub>再以離徑<sub>五步</sub>自乘得<sub>二十五</sub>相併得<sub>一十六</sub>為實以開平方法

除之得<sub>一十</sub>倍之得<sub>圓徑</sub>二十<sub>六步</sub>將半徑<sub>一十</sub>減離徑<sub>五步</sub>得<sub>矢</sub>八<sub>步</sub>

解義 上法半弦自乘即矢乘餘徑數故以矢除得餘徑加矢即全徑

下法併二自乘開方得半徑即併勾股數開方得弦也

圓田積徑問矢弦法○今有圓田中徑二十六步從一邊截積一百二十

八步問截矢弦各若干

**答**置積

一百二十步自乘得

一萬六千三百八十四步

實另以原積一百二十步為上廉以徑二十六步為下廉以五二為虛隅法約商

八於左上為法以乘上廉得一千零二步又以商八乘虛隅得十步以

減下廉得六十步餘六十步却將商八自乘得六十步以乘餘下廉得一千

四百步併上廉共二千零四步又為法除實一萬六千三百八十四步得

百八十四步

積倍之以矢八除之得三十八步減矢八步得

三十步

二百五十六步自乘得六萬五千五百三十六步為實另以四因原積得五百一十二步為上廉又

以四因徑得一百零四步為下廉以五為虛隅法約商八於左上為法以乘

上廉得四千零九十六步又以商八乘隅得四百一十二步以減下廉得

一百零四步餘六十四步

另以商八自乘得六十以乘餘下庶四步得十六步併上庶共八十

九十又為法除實百三十六步得六八步另置倍積照上法得弦

解義以積自乘為定者將積開方後可以數求也以矢乘積者本積

亦一乘再乘法也凡自乘再自乘得十六再得十六自乘得二百五十六

即相同知四自乘得十六再得十六自乘得二百五十六即得二百五

十六又如五自乘得二十五再得二十五自乘得二百五又五乘一百

五乘五得二十五再得二十五自乘得二百五又五乘一百

短長不等相乘必四乘六得二十四再得二十四自乘得一百四十四

六另以四乘六得二十四再得二十四自乘得一百四十四

九十六即得五百七十六皆是以三乘積合一乘再自乘積商八即

所商之矢原以矢乘得積六再以三乘積合一乘再自乘積商八即

餘徑俱是再乘法尚少一個矢乘合積自乘之數故以之為法除

寔可得矢也其以一二五五為虛隅法何也圓得方四分之二即得方

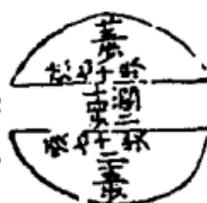
七分五厘四微虛二分五厘跡矢係半圓止二虛隅應得一分二厘

五毫加入商矢以成原往乃減去矢八步之二毫以合圖法也本  
 法以一二五虛偶乘矢以成圓徑餘十六步遠與矢乘法加矢折半  
 之數合一邊矢乘積是以八乘一百二十八邊矢自乘餘徑是  
 以六十四與十六相乘八得十六一半一百二十八得六十四二倍  
 故乘出之數遠同至圓有大小截矢強有長短或矢過徑法通長以  
 矢乘積所得之數不足一半以虛偶乘矢強在兩餘之徑又多以矢  
 自乘餘徑所得之數必一半有餘多少與合遠符一舟乘之氣此  
 則數理天然符合之妙也但矢係八步無零伏易約商如矢步有零  
 餘則勢費商求且商者不過約畧商求如角八步又不知直以八除  
 原積或倍積用前積矢求法驗其合否之為捷矣又法將原積  
 加倍自乘之數較原積自乘得四倍故亦四因原積四因徑以就之  
 其以五為虛偶亦四倍一二五得五分與上同一法也

圖截

二弧

矢圖



步問中與二  
 矢各若干

難題西江月○今有圓田一所不知頃畝端的直河一

道正中穿圓分弧矢兩段通田七十四步二十四步河

寬除河見在幾多田水占如何得見

置圖徑七十步自乘得七千四百三因四得得圖積

此言國徑七十四步中去河二十四

四千一百零七步

再以徑七十步減去中濶二十步二弧矢各得五十步另以勾股法

置全徑折半得七十步為斜弦自乘得一千三百又以半徑七十步減去矢

二十步餘一百一十步為股自乘得一百四十四步減半徑自乘數餘一千二百以開平

方法求之得半弦即勾三十步加倍得截弦七十步加矢折半以矢乘之得

一弧矢積一千一百八十七步五分併二弧矢共積二千三百七十五

步以減圓田全積餘得中河積一千七百三十二步

圖截

今有圓田外截二弧矢中餘濶二十四步中徑長七十四

中段

步兩面弧弦各七十步開存積若干併法置中徑

圖

併加弧弦七十步共一百四十步折半得七十步以濶二十步為法乘

之得二千七百八十八步另置七十步以七十步對減餘四十步折半得二十步自乘得四百步併入

其每九步

二尺

二

一千七百得積二千七百三十二步 今有圓田從中心向一邊截一

十二步中徑七十四步截弦七十步問積若干 增置中徑七十四步加

截弦七十步共一百一十四步折半得七十七步以截濶二步為法乘之得八百六另

置徑七十四步以弦七十步對減餘步折半得步自乘得步再折半得步加入

八百六十四步得積八百六十六步

**解義** 圓田截中段將中徑外弦折平以濶乘之另將弦長或徑長餘

濶乘之另將弦長或徑長餘步折半自乘再折半加入合積其用餘

步折半加之者以補弦符之餘也截中心一邊則折半自乘又折半

若偏中係正中一半濶積亦應一半故再折半以合之也再如圓徑

二十六步圓積得五百零七步設如兩面各截去一步弦得十步中

濶二十四步時注二十六步與弦十步折平得十八步以濶二十四

步乘之得四百三十二步另將弦十步折半得五步餘折半八步自

乘得六十四步併之得積四百九十六步再每弦矢五步五分二

弦矢共積十一步合圓積五百零七步各截中心一邊濶一十二步

將徑弦折半十八步以濶一十二步乘之得二百一十六步另將弦或徑餘一十六步折半得八步自乘得六十四步折半得三十二步加入共二百四十八步得截中一段一半之積無不皆合此物理有一形狀即有一數吳內可測乃教法天然之妙也

圓田

今有圓田內截方田一段外圓周二十七步內方周一

截內

十二步問截方餘圓積名若干

方圖

乘得七百二以圓法十除之得通圓積七十五步另置



內方周二步自乘得十四步以方周法六除之得內方積九步以減通

圓積餘得剩圓積五十一步七分五厘

鮮義 圓周自乘用十二歸除得積竹圓法徑一周三一自乘得一三  
洋九倍 圓積十二倍故用十二為圓周法得本積方周自乘得十  
六是方周自乘得方周是一而方周是四而一自乘得一四自乘得十  
六是方周自乘得方周是十六倍故用十六為方周法得本積為

非是方束是論個數周十二則寔有十二個若以每面計之則各面

非是方束是論個數周十二則寔有十二個若以每面計之則各面

大

得四個非三個方用正而效寔四角數虛每角兩面作效周十二步  
寔止八步何謂始方束作十二寔  
步寔此程寔非所以詳駁其非也

圓田截方餘徑并二周相較求內方餘圓歌○圓內截方法可推○內方

差數用為實○徑方約量十分數○一倍定位作一步○較減餘數即

為法○除實徑方皆可察○徑倍除實先得方○方陪除實徑亦彰○

倍數內外有盈欠○加實減實分別筭

解義舊法截圓田方池一問然無所求之法今併立法考較大凡餘  
分為率每一分作一步立法加至一倍半倍二倍三倍不等或餘徑或  
內方面多若干倍分數圓田多內方周不齊之數必係若干分數之  
積較故以餘徑內方或餘徑之分數為法以除外圓周所多內方之數  
即可得徑方步數至或餘徑或內方多若干倍內有或盈或不足須  
用加或減所多之數為實者數以十分為准盈不足皆零餘不足須  
不合倍之數故須加或減乃合也其盈不足皆用三因者徑一圓周

得三也若內方倍於餘徑若干倍內  
有盈不足止用本數加減另解在後

方徑

均平

加倍

圖



今有圓田內截一方塘塘外餘田三分內

方餘徑步均平圓周多方周一十二步問

內方餘徑通徑各若干 增法置圓周多

一十為實另置方步一以周因之得步四又置餘徑均平步一連內方步一共

二以圓周三因之得步六兩數相減餘步二為法除實二步一得內方六步外

餘徑均平步六折半得每面餘徑各三步加內方步六得通徑一十二步自

乘得一百四十四步三因四歸得圓田一百零六步自乘六步得方外

餘積七十四步以法法二通之得方外餘田三分 增法餘徑得內方三倍

圓周多方周二十四步問內方餘徑通徑置圓周多四步為實另置

方步周得四又置餘徑三倍得步連內方共步四周得二步十兩數相減餘  
 步八為法除實四步得內方三步外餘徑三倍得步折半得每面餘徑四

步五分加內方步得通徑一十二步

解義 首因即焦雅題所載分數也第舊未立內方餘徑較用法止言  
 方外餘徑三分餘徑各三步解法以每面三步約國徑一十二  
 步故如次國每面餘徑四步五分依然前國分數又作何約法故立  
 二國考較其首國內方餘徑均平每內方一步則二步方同一四得四國同二  
 內方一步餘徑亦一步連內方一步則二步方同一四得四國同二  
 三得六故多二步次國餘徑得內方三倍圓周多方同一四得四國同二  
 餘徑均平國徑係餘徑連方定得內方三倍圓周多方同一四得四國同二  
 則國周加得三步再加一倍則國周多六步次國徑餘徑得內方三  
 倍故較內方餘徑均平國周多二步又加兩個三倍共多八步以至  
 四倍五倍皆可類推至內方餘徑盈縮無定或餘徑多內方若干步  
 有半或餘徑少內方若干或餘徑多內方若干倍零若干分重或餘  
 徑多內方若干倍不足若干分至矣餘徑少內方若干倍零若干分  
 重或餘徑少內方若干步不足若干分至矣餘徑有不等各因內外方  
 或除并分漸立圖論考

徑倍

方盈

不足

帶分

整圓



今有圓田內截方塘餘徑得內方面

一倍有半多一步一分一釐八毫五

絲圓周多方周一百六十步零二分

七釐八毫間內方餘徑各若干

法置餘徑多一步一分一以圓周三因之得三三五五絲以減圓周多

一百六十步零餘一分五十六步九為實另將內方一倍以方周四因得

二分七釐八毫餘一分二釐二毫五絲為實另將內方一倍以方周四因得

四餘徑有半該五分連內方共五分以圓周三因得五分與內方相對

減餘五分為法除實分二厘二毫五絲得內方面四十四步八分三釐

五毫外餘徑半該六十七步二分加入多一釐八毫五絲得餘徑六十八

步三分七釐一毫折半得每面餘徑三十四步一分八釐五毫五絲共

餘徑加內方得通徑(一)(一)(十三步)(二分零六毫) 又今有餘徑得內

方倍半不足一步一分一釐八毫五絲圓周多方周一百五十三步五

分六釐七毫問方而餘徑(鍾法照前) 三因不足共(三)步(三)分(五)絲加入

圓周多(五)分(六)釐(七)毫共(一)百(五)十(六)步(九)為實亦將前法(三)步(除)實

得內方同前外餘徑半該(六)十七步(二)分(五)絲(內)減不足(十)步(十)分(一)絲得餘

徑(共)六(十六)步(一)分(三)釐(四)毫折半得每(面)餘徑(三)十三步(零)六(釐)七

毫其餘徑連內方得通徑(一)百(一)十(步)零(九)分(六)釐(九)毫

解義 以徑方相成除數除圓周多數即物價貴賤相成用併同法內

圓者盈不足在餘徑徑一周三徑比內方幾倍外多若干圓周所多

之數必比徑少欠 三倍故以用三因多者或六少者 如八倍故以法除乃合內方數也

方倍

徑盈

不足

帶分

整圓

圓四十八步

方十步乘五倍

分五毫五厘四步

步一毫

步四毫四十二步

步六毫九步

步九毫

今有圓田內截方塘內方得餘徑二

倍不足四分四釐七毫八絲圓同方

內方周五步九分三釐零四絲問餘

徑內方通徑各若干

增法置圓同

多五步九分三

以內方不足四分四釐減之餘五步四分八

為實另將

內方作二以四因得步八餘徑倍連內方二共步三以三因得步九與方八

對減餘步為法除實如故得餘徑共五步四分八釐二毫六絲折半得

每面餘徑二步七分四釐一毫三絲共餘徑加倍得十步零九分六

或不足七分八絲得兩方面十步零五分一釐七毫四絲連共餘徑得

通圓徑一十六步

又今有內方得餘徑一倍有半多六分三釐四毫

圓周多方周六十五步五分六釐七毫間餘徑內方通徑 通法置圓

周多六十五步五分六釐七毫加入內方多六分三釐六毫共六十六步二分

倍作一步以四因得六步餘徑連內方有半作五分以三同得七步

餘五分為法除實六十六步二分得餘徑共四十四步一分三釐四毫折

半得每面餘徑二十二步零六釐七毫其餘徑加半倍得六十六步二分

加入多六分三釐得內方而六十六步八分三釐五毫連其餘徑得通圓

徑一百一十步零九分六釐九毫

解義 前圖俱是餘徑若內方不足今圖是內方多餘徑不足除徑若  
以法除實得內方而內方多以法除實得餘徑前圖餘徑多則  
減去不足則加入且各三因加減今圖內方多反加入不足反減去  
且止本數加減者餘徑多與不足是在內方外餘徑獨多之數故多  
須減去不足須加入圓周三故須三因加減以法除之始合內方之  
與內方多與不足是內方多徑連方在內亦多內方不足徑連方在

內亦不足兩方周四多四圓徑周三多三足圓周反不足須減去且  
 周少四圓周少三足圓周反多出一數故多須加入不足須減去且  
 止以木數加減以法  
 除之始令餘徑之數

徑方

約法

相求

圖



今有圓田內截方塘內方得餘徑四十

六分步之一十七圓周多方周二百九

十六步四分五釐問內方餘徑通徑

增法置圓周多步二百九十六為實另將

內方七步以四因得八十步餘徑四十步連內方七步共六十三步以三因得百一  
 八十與方六十步對餘一百二為法除實二百九十六釐得二分五釐為平  
 九步與方八十步對餘一百一十步為法除實二百九十六釐得二分五釐為平  
 法以因步得內方四十一步六分五釐以同六步得餘徑共一百  
 (一)(二)(七)(分)折半得(每)面餘徑(五)(十六)(步)(三)(分)(五)(釐)連餘徑內方得

(通)圓徑(一百五十四步)三分(五釐)

又今有餘徑得內方五百二十一

分釐之二百二十九圓周多方周三步三分二釐問內方餘徑通徑

(增)法置圓周多

分三釐以釐通之得三百三釐為實另將內方五百二十一釐以

同得二千零八

又將餘徑二百二十九連內方五百二十一釐共七百五十一釐以三因

得二千二百與方二千零八

對減餘一百六釐為法除實三百三釐得二釐為

平法以因五百二釐得一千零四

每百釐得內方(一)十步(零)四分(二)釐

以因二百二釐得四十五釐

每百釐得餘徑共(四)步(五)分(八)釐折半得(每)面

(餘)徑(二)步(二)分(九)釐

餘在內方得(通)圓徑(一)十五步

詳義

內方餘徑數各參差多少不可以一、等倍計近用的法較分

相求此數理之無不可通也故又列二圓以餘伸通

圓環

田求

積圖



今有圓田中心除去圓池外餘環田外周四十八步內

周二十四步環徑四步問積若干

併內周二步共二十七步折半得十三步為實以徑四步為法乘

之得環積一百四十四步

又法置環徑四步以三因之得十二步以減外

周八步餘六步以徑四步乘之或將十二步加入內周四步共六步以徑乘

之俱得

又法置外周四十八步自乘得二千三百另以內周二步自乘得

五百七十六步二數相減餘一千七百八十步以圓周法二十除之亦得或以通徑十六

自乘三因四歸得圓田積另以內徑八自乘三因四歸減內圓積得外

環積亦得

解義

外周內周折半以佳乘即得半田二長折半以兩乘之同理又法三因環徑以減外周或加內周因圓法以六圓一每徑一步外

月多六步環徑四步外國多內周四六二十四步將徑用六數之半以三因之得得多數一半以減外周便減去所多一半以加內周便補入所少一半亦內外折平之法也又法外周自乘減去內周自乘以十二除之者國田外周自乘以十二除之可得全積減去內周自乘即得環積即國田以周問積法也

環田周徑相求法○以周問徑○今有環田外周四十八步內周二十四

步問徑若干 舊法置外周八步以內周四步減之餘四步以圖法六

除之得徑四步○以徑與內周問外周 舊法置徑知以六因之得十二

步加入內周得外周四十八步○以徑與外周問內周○置徑以六因

之得四步以減外周餘得內周二十四步

難題二周相和併積問徑周歌○一既環田徑不知二周相併事幽微共

計一百六十步田積一畝無零餘三般可以見端的二周一徑莫差池

此言環田計一畝內外周共一百  
**置田**以畝法通之得二百

六步問徑及內外周各若干  
為實另置二周共一百六折半得八十為法除實得**徑**三又

另以三乘得九以破八十餘得**內周**七十一步以破總共一百六

餘得**外周**八十九步

**解義**環積係內外周折平以徑乘之以共步折半即兩周折平法故  
為法除積可得徑也

難題二周差步併積問徑周鳳棲梧○一段環田余久慮絜說分明亦有

誰人悟忘了二周併徑步人通二周不及為差處七十有餘單二步三

事通知卷曰分明註五畝二分無零數玄機奧妙堪思慕此言環田五畝二分內周

不及外周七十二步問  
**置田**五分畝以畝法通之得四十八步倍

徑與內外周各若干  
之得九十六步為實另置不及七十以六除之得**徑**一十二步就以為

法除實得

二百零

內減不及七十餘十六步

折半得內周六十八步加

不及七十步得外周一百四十步

○法置通積一千二百步為實另置不

及七十步以六除之得徑一十二步以除實得一百零

步以減四步得內周六十八步以增四步得外周一百四十步

解義倍積即後法加倍故後法以十二除積或除不及一半即得內周前法以十二除倍積或除不及全步又折半乃得內周一也

環田截外歌○環田截外積倍重○差乘倍積徑除行○以減外周自乘

積○餘實開方截周明○截周外周餘零數○以六除之徑可懸

今有園田外周七十二步內周二十四步徑八步從外

截積二百八十五步問截中周併徑若干

截積二百八十五步倍之得五百七却以外周減內周四步餘



圖田  
截內  
截外  
圖田  
截積  
十五步

四十步為差步以乘倍積五十步得二千七百三以原徑八步除之得四百  
八十步另置外周七十步自乘得五千一百以少減多餘一千七百為實以  
開平方方法除之得截中周四十二步以減外周七十步餘三十步以六除之  
得截徑五步

圓田截內歛○圓田截內倍積先○差乘倍積徑除為○加併內周自乘  
積○開方截周指掌者○截周內周相減餘○六除得徑法同然 今  
有圓田外周七十二步內周二十四步徑八步從內截積九十九步問  
截中周併徑若干 ○法置截積九十九步倍之得一百九十八步却以外周內周  
相減餘八步為差步以乘倍積一百九十八步得九千五百以原徑八步除之得  
一千一百另置內周二十四步自乘得五百七十六步併二數得六千七百以開平  
八十八步

方法除之得截中周四十二步以內周四步減之餘八步以六除之得

截徑三步

解義 環田外周內周折平以徑乘得積枕穉田大圓小圓折平以長

乘之得積故環田截外截內與掃田截大圓小圓同法解俱詳

積下 弧矢田求積求矢弦歌○弧矢求積矢加弦○折半矢乘得積全○積矢

求弦倍田積○矢除減矢弧弦然○積法求矢積亦倍○帶弦置縱開

方宜

弧矢 今有弧矢田弦長一十三步矢長六步五分問積步若干

求積 矢乘步三 置弧弦 三十分加矢 六步五分共 一十九步五分 折半得 九步七分 以矢

圖 乘之得積六十三步三分七厘五毫 又置弦 三十分以矢

六步乘之得八十四另以矢五分自乘得四十二步併二數共一百二十六步

五分折半得積六十三步三分七重五毫

解義以矢乘弦又以矢自乘併二數折半得積若正法弦加矢折半

兩半矢合得兩個積數故併二數折半得積一矢求弦積弦求矢二法已熟閱田截積下故不復贅

弧矢截積歌○整半弧矢截細半○細半弧矢法不變○截餘二長相折

平○以潤乘之數可驗○另將二長差步求○折半自乘再折半○二

數相併即餘積○整半弧矢任合算

弧矢 今有弧矢田弦長一十三步矢長六步五分從弧背截矢四

截積 步問截弦截積餘積各若干 ○置弦一步減去截矢

餘九以截矢乘之得六步用開平方方法除之得六加倍得截

圖

弦(十二步)另將原弦(三)步加截法(二)步共(五)步折半得(二)步五分為長將原

矢(六)分截矢(四)餘(二)分以乘長(一)步二分得(三)分五分再將原弦截法

對減餘(一)步折半得(五)分自乘得(二)分折半得(一)分二分加入(三)分五分得截

餘積(三)十一(步)三分(七)厘(五)毫併截弧矢積共合(整)半(弧)矢積(六)十三

(步)三分(七)厘(五)毫

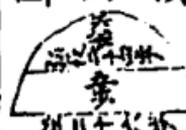
解義

同為謂細半弧矢數乘法詳詳後外國內方家弧矢下

截積 難題積求截矢弦西江月○一段田禾之外臨邊近有荒畝

問矢 離田五步繫頭牛只為繩長行走吃殘五分八步如同矢弦

弦圖 專周索長多少是根由演立妙源窮究 (法)置田分以解



法通之得一百二連步共一百二為實另倍積得二百五以開平方法

除之得六十為法除寔得八十步加法十得弦長二十四步將矢八加

離田版得索長一十三步加倍即圓徑

解義倍積開方得十六步適合弦矢四以矢乘半弦半矢之數此惟

等則倍積開方難以合數此等法源言索長若干共離曰五步月弦

股測勾法求之為正不言索長則無從也故存解明白恐誤后人

難題積并矢弦差步求矢弦歌○弦矢一畝積一段更加九十七步半矢

不及弦十五步弦矢各長怎的算○置田一畝以畝法通之得二百

步再加九十七得田積共三百三十四因三歸得四百五為寔以不及

弦五十為縱方用帶縱開平方法除之○商針於左亦置針於右較方

五十之位共五十步皆與上商步相呼十與十二相呼除百二又與五相呼除

十餘實二百另以下法初商十倍之得五步次商五於左下法亦置五

加於縱方之位併倍物商共得四十與上再商五相呼四除實二恰盡

得矢一十五步加不及十五得弦長三十步

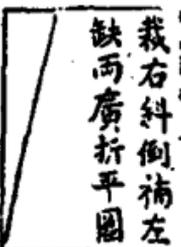
解義以不及十五步帶從積用四因三帶者矢十五步弦三十步矢

分之三得積四因三帶三分歸作四分乃全矢乘全弦之積故以不

及帶縱開方可得矢此統求圓徑法全圖得方四因三分之三弦矢即

半圓亦是半方四分之三故皆用四因三帶法還除此弦整半矢矢

矢得弦一半乃合以求細半弘矢矢差不一則不合矣



今有梯田長九十步小廣二十步大廣三十八步間積若干

九十步得積二千六百一十步

廣小廣共八步折半得九步以乘長

置大

梯田截積歌○梯田倍積截可齊○差乘長除法為宜○截大減大自乘

數○截小自乘併為實○開方俱可見截廣○折廣除積長無疑

梯田

通長九步

今有梯田長九十步小廣二十步大廣三十八步從

截大

通長九步

小頭截積八百二十二步五分問截長截廣各若干

截小

通長九步

圖

通長九步

置截積八百二十五分倍之得四十五步以二廣

相減餘八步為濶差以乘倍積得二萬九千六百九十步除之得三百

二十步另以小廣二十步自乘得四百步二數相併共得七百二十步為實以開平

方法除之得截中廣二十七步此以截廣二十七步併小頭原濶步二十步共十

七折半得二十三步五分為法以除截積八百二十五分得截長三十五步

梯截大頭法○今有梯田長九十步大廣三十八步小廣二十步從大頭

截積一千七百八十七步五分間截長截濶各若干

置截積加

倍得

三千五百

以大小二濶相減餘

八步乘之得

六萬四千三百

以原長

九十

除之得

七百一另以大濶

八十

自乘得

一千四百

減去

七百二

為實以開平方除之得

截中濶

二十七步

就以截濶

七步併大

頭原濶

八十

共得

六十步折半得

三十二

為法以除截積

一千七百八

得

截長

五十五步

若截作三段先截大小二頭餘

即中段四段五段從

兩頭以次算入

梯田以積併截長間截濶法○前田小廣二十步大廣三十八步從小頭

截長三十五步截積八百二十二步五分間截中濶若干

置截

積八百二十

倍之得

一千六百

為實以截長

三十步為法除之得

四十五步內

減原小廣得截廣(二十七步)

(增法)

置截本積以原差步乘得四

八百零原長九十除得四步五十分為實另置截長以十除得五步為法

除實四步五分得七步內減原小廣得截廣(二十七步)截大頭法俱同

稭田截廣間截長法○前田小廣二十步大廣三十八步長九十步從大

頭截中廣二十七步間截長若干(舊法)置大廣八步以截廣七步減

之餘一步以原差步乘之得十九步為實以原小廣大廣對減餘十

步為法除之得截長五十五步截小頭法同

稭田截長間截廣法○前田小廣二十步大廣三十八步長九十步從大

頭截長五十五步間截中闊若干(舊法)置截長五步以原大小廣間

差八十步乘之得九百九十為實以原長九十為法除之得闊差一步以減

大

廣

三十餘

得

截

中

廣

二十七

步

截

小

頭

以

濶

差

若

千

加

小

廣

得

截

廣

鮮長九步濶九步濶差一十八步將十八以濶差若千加小廣得截廣

以濶差求原長除得截濶差乃十分減作五分得九十分之九十八求

長以原長乘濶差得截長乃一分增作五分得九十分之九十八求

方圓三因四得四分之三四因三得成三分之四一理如截小濶

長三十五步以二乘得差七步將差七步以五乘得截長三十五步

是九首二止言原廣長截積問截廣截長乃先倍積者求截積之

差不等也差理積用倍積何也積四兩廣折平得數差由兩廣

不準生山數理積用倍積何也積四兩廣折平得數差由兩廣

將截積八百二步對成餘三百二十九步折半得一百六十四步正得一百六

十分是七步對成餘七百五十分以濶差乘原長除亦正得三百五十七步

相差不數若兩廣自乘取方大多出一差數少去一差數故大廣

應多兩箇差數積之小頭截長三十五步以廣乘長得七百步比  
 做積不足一百二十步五分對減則小廣乘長比截廣乘長得九百四十五步以  
 二十步五分共二百四十五步大頭截長五十五步以廣乘長得一千四百  
 二千零九步不足三百零二步五分對減則小廣乘長比截廣乘長得一千四百  
 八十五步不足三百零二步五分對減則小廣乘長比截廣乘長得一千四百  
 多而簡三百零二步五分對減則小廣乘長比截廣乘長得一千四百  
 合小廣乘長截廣乘長二款共得一千六百四十五步大頭差數三  
 百五十七步五分對減則小廣乘長比截廣乘長得一千六百四十五步  
 五步是差數得二廣乘長之數十分之一小頭而廣乘長比截廣乘長得一千  
 少一百二十二步五分對減則小廣乘長比截廣乘長得一千二百二十五步  
 大頭而廣乘長比截廣乘長比截廣乘長比截廣乘長比截廣乘長比截廣乘長比截廣  
 悉二十五步是而廣乘長比截廣乘長比截廣乘長比截廣乘長比截廣乘長比截廣  
 數理妙合莫可思議知此則不言二廣積者將二積類相配每面各  
 原積至以截積截長則截亦用倍積者將二積類相配每面各  
 有一小廣一為法者積以長除得二廣共數是積十分之二以長  
 長十分之一除差數將一分仲乘兩廣而得差數是積十分之二以長  
 十分之一除差數將一分仲乘兩廣而得差數是積十分之二以長  
 一廣役二法固廣求長用長乘差除得木差  
 因長求廣用原差乘原長除即得木差

得田以截長截積問截廣原大小廣法○前田長九十步從小頭截長三

十五步積八百二十二步五分問截廣原大小廣各若干增法置截

積八百二十以截長五步除之得步五十分加倍得七十步為實另置長三

步自乘得二千二百以十除之得二百二十步五分併入截積二百三十分共九

四步以長五步除之得截中廣二十七步以減實七十步得原小廣二十七

步就將原共長九十內減截長五步餘五十五步為實另將二廣對減餘步

為法乘實五步得三百八十五以截長五步除之得一步加入截廣七步得

原大廣三十八步或將一百二十以減截積即先得原小廣截大頭同

解義廣共數故減一廣得一廣截長自乘數以十除者大小廣各乘

截長一多一少之數得長自乘十分之一故以此加入截積以長除

得大廣減截積以長除得小廣前解已明

梯級

勾股

圖



難題積併原長濶間截長截濶款○今有梯田長一

百小頭十五大廿七截賣一百九十二欲從一邊截

去積 (積)置截積十一百九倍之得三百八以原長

一百乘之得三百八十為實以大濶七步減小濶五步餘二步折半得

六為法除之得百步以開平方法除之得截長八十步又以法六乘

之得四百八以原長一百除之得截濶四步八分 (增法)如先求截濶

即置倍積三百八以折半濶差六乘之得二千三百以原長一百除之

得六十三步以開平方法除之得截濶四步八分另將八步以原長乘

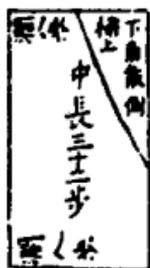
半濶差除得長○若不倍積求截長將原長加倍求截濶將半差加倍

鮮義此共上同法橫截全用十八步濶差為法豎截濶差十二步止

用一半六步者梯差在兩面今送一邊截積止用一面濶差得

一半也增法六即前截大頭小頭法但橫截是分為二梯仍有兩頭  
大小二潤自乘相減餘數以長乘差除得倍積故用梯運法求之  
豎截有下潤无上潤即以潤自乘再用長乘差除亦得倍積故將倍  
積以差乘長除餘數開方即潤即用圭勾股運法也法見圭田下

斜田求積



今有斜田長三十二步大潤一十二步小潤四步問積若干  
答法置長三十二步為實以二潤相併折半為法

除之得積二百五十六步

增法置大潤二步自乘得十步又置小

潤四步自乘得十六步二數相減餘十八步折半得九步為實另將長三十二步

以大潤小潤相減餘八步為潤差除之得四步以乘實四步得積二百五十六步

六步

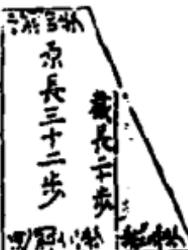
解義斜田梯田同理增法大潤小潤各自乘相減餘數折半用潤差除長是四步乘之得積即得折半餘數以長乘以潤差除得積

若餘數不折半即得倍積梯田下倍積求長闊之法本此求斜曰

斜截

勾股

圖



今有斜田長三十二步小廣四步大廣一十二步從

斜邊截積五十步問截長截闊各若干

積加倍得一百以原長三十乘之得百步為實以

大闊減小闊餘步為法除之得四百用開平方法除之得截長二十步

又以闊差步乘之得一百六以原長三十除之得截闊五步

先求闊即置倍積一百另將闊差步以原長三十除之得五分以乘倍

積步得五步用開平方方法除之得截闊五步將五以闊差除原長得

四步乘之得截長二十步

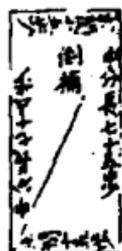
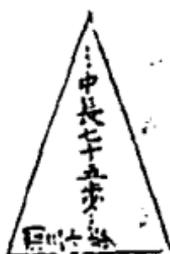
解義 梯截勾股闊差用半斜截勾股用全者梯差在二面斜差在一面也

梯截或大頭小頭皆同梯法故不再贅

圭田

折半

圖



今有圭田長七十五步闊三十步

積若干 置長七十步為實以闊三十

乘之得二千二百折半得積一千一

百二十五步

增法置闊三十

自乘得九百

以長七十步乘之得六萬七

千五百

步以闊三十

除之得二千二百

折半得積一千一百

二十五步

增法

置長七十步

自乘得二千五百

以闊三十步

乘之得七千五百

以長七十

步除之得五十步

折半得積一千一百

二十五步

解義

闊縮長盈以縮乘盈折半得本積以七十五步自乘須成項至

十五分之三十

以三十步自乘須增加至三十分之七十五分併方圓三周四

故以七十五乘

以三十步自乘須增加至三十分之七十五分併方圓三周四

端四因三端一

說也截圭小

須求截長截闊

之法皆本此

圭田截小頭大頭歌○圭尖倍積求截長○長乘潤除開方詳○截潤倍積亦可索○潤乘長除開方得○截大亦用倍積求○潤乘長除為因由○以減原潤自乘積○開方截潤得見矣○截潤成潤長乘之○潤除截長亦在茲

圭田

圭截小頭法○今有圭田長七十五步潤三十步自

截小  
截大



圭截小頭法○今有圭田長七十五步潤三十步自  
 置截積加倍得八百十以原長七十乘之得七百五  
 火頭截積四百零五步問截長截潤各若干

十以潤步三十除之得二千零二為實以開平方除之得截長四十五  
 法就將截長以原潤步三十乘之得一千五百為實以原長七十為法除  
 之得截潤一十八步  
 法置倍積八百一以原潤步三十乘之得二百四十五

三百以原長五步除之得三百二以開平方除之得截濶一十八步

將截濶以原長乘原濶除得截長

解義 二法皆圭圖運法  
法七可以參悟

圭田截大頭法○今有圭田長七十五步濶三十步從大頭截積七百二

十步問截長截濶各若干  
法置截積加倍得一千四百以原濶三

步乘之得四百三十為實以原長七步為法除之得五百七再以濶十三

步自乘得九百以少減多餘三百二為實以開平方除之得截濶一

十八步併原濶步共四十八步折半得廿四步為法除截積七百二得截長

三十步  
法照前法得濶八步以減原濶三十餘二十步以原長五步

乘之得九百以原濶三十除之得截長三十步

解義 圭用梯田相表裏梯田大小有二濶用相減餘步為濶差圭用  
是濶差故以原長原濶相乘除即同以相減濶差相乘除一理也圭  
田截尖仍是圭法故將倍積濶長及復乘除開方得長得濶截大頭  
即係梯田將倍積濶乘長除或濶自乘積開方得濶濶仍是梯田截  
大頭得濶要乘截長須得逆截濶原濶求濶差乃可得故與截上  
尖因長得濶因濶得長俱用乘濶原長乘除之法不同看培法相減  
濶差之說理自明矣○大故截圭上尖仍是截長截濶本數相乘折  
半得本積故倍積以原長原濶乘除開方俱可得截長截濶截大頭  
則係大小濶折平以截長得積故必求濶差乃可得截長

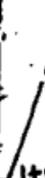
圭梯五求廣縱歌○圭求中廣要思量○廣乘長除在尖長○梯求尖長  
在上廣○梯上乘之差除想○圭問梯長減廣餘○尖長乘之上廣除

○通長可問梯下濶○上廣乘之尖除約

上圭

下梯

圖



今有上下梯通長一十二尺廣一十二尺八寸上截圭尖長一尺五寸問截中廣若干

○法

置尖

一尺

以下廣

二尺

八寸

上截

圭尖長

一尺五寸

八乘之得<sup>尺二十九</sup>為實以通長<sup>二尺</sup>為法除之得<sup>中廣一尺六寸</sup>

梯求圭尖法○前圭梯上廣一尺六寸下廣一十二尺八寸梯長十尺零

五寸問圭尖長若干 <sup>(舊法)</sup>置上廣<sup>六尺</sup>以梯長<sup>十尺零</sup>乘之得<sup>六尺</sup>

八為實另將下廣<sup>尺八寸</sup>減上廣<sup>六尺</sup>餘<sup>尺二寸</sup>為法除之得<sup>圭尖</sup>

<sup>(長一尺五寸)</sup>

圭求梯長法○前圭梯尖長一尺五寸中廣一尺六寸下廣一十二尺八

寸問梯長若干 <sup>(舊法)</sup>置下廣<sup>尺八寸</sup>減去上廣<sup>六尺</sup>餘<sup>尺二寸</sup>以圭

長<sup>一尺</sup>乘之得<sup>尺八寸</sup>為實以上廣<sup>六尺</sup>為法除之得<sup>梯長一尺五寸</sup>

圭求梯下廣法○前圭梯通長一十二尺圭尖長一尺五寸上廣一尺六

寸問梯下廣若干 <sup>(舊法)</sup>置通長<sup>一十二尺</sup>以上廣<sup>六尺</sup>乘之得<sup>尺二十九</sup>為

實以尖長五寸為法除之得梯下廣一十二尺八寸 增法置梯長尺  
 梯五以上廣六尺乘之得尺一十六以尖長五寸除之得尺二十一加入上  
 廣六尺得梯下廣一十二尺八寸

解義 壘求梯不外尖長中廣仍以壘法求  
 梯求壘必二廣相減仍以梯法測

壘截

勿股

圖



今有壘田長五十六步下廣四十四步八分從一邊

截積四百零五步問截長截濶各若干 增法置截

積四百零五步以原長五十六加倍得一百一十二步乘之得四萬

三百六為實以原濶四十四步八分折半得步四十二為法除之得二千零二

開平方法除之得截長四十五步就將長五步以折平步四十二乘之得

一千零六步以原長五十六步除之得截濶一十八步 增法置截積四百零五步以

八步

原濶步八分乘之得百一萬八千一為實以原長六步為法除之得三百

四步以開平方除之得截濶(一十八)步將截濶八步以原長六步乘之得

一千零二步以半濶步四分除之得截長(四十五)步

解義此與梯截一邊同理梯二濶以相或差步折半壹一濶以原濶

截濶用原長亦用原濶即半濶加倍以合原積故皆不倍積

勾股

折半

圖



今有勾股田長六十步濶三十二步問積若

干(舊法)置長六十以濶三折半得六十

乘之得積(九十六)步或長折半以濶乘亦得

解義先將濶折半或將長折半其原長濶相乘折半一也視圭田圖法或長折半或濶折半皆可也

勾股

直截

圖



今有勾股田長六十步濶三十二步從一邊截積五

百四十步問截長截濶各若干

步以原長六十加倍得一百二十乘之得六萬四千以

原濶三十步除之得二千乘二為實以開平方方法除之得截長四十五步

另將截積以原濶三十步加倍得六十步乘之得三萬四千五百以原長六十

除之得五百七為實以開平方方法除之得截濶二十四步

解義此與圭田截勾股則法第圭濶折半即勾股斜差在一面濶不

積一半倍長濶乘之仍同原長濶乘倍積一理也

上勾

股下



上圖以斜問勾股○今有斜田上廣八步下廣一十八步長四十步問上

斜圖  
原長六十步  
原濶三十步  
截長四十五步  
截濶二十四步

接勾股長若干

補置上廣下廣對減餘步以除斜長

步十得步四以

乘上闊

步八

得勾股

尖長三十二步

如以通長下闊從上尖截

步三十問

上廣即置下廣八步以通長七步除之得五步為法乘上尖三步得中

廣八步

如以尖長中廣間下斜田長及下廣即置中廣八步以尖長三

步除之得五步

置尖長

二步以中廣八步除之得四步為法以尖長中廣并

下廣間斜長即將下廣

八步減上廣餘步

以四因之得斜長四十五步問

下廣將斜長

步四

以五乘之得步十

加中廣八步得

下廣一十八步

下

圖間尖長中廣斜長下廣將通長

步六十

以下廣二步除之得七步五毫

以四乘之得

步七

是闊差

步四長五分

又將闊二步

以六十除之得三五

三毫

以三通之得

步六

是長步三

闊差

步六

問尖長則將中廣步八

以五

乘之得

六十

以四除之得

尖長一十五步

問中廣則將尖長

五步以

一步乘之得

二十

以三歸之得

中廣八步

問下廣則將斜長

五十以

六分乘之

以三除之得

四步加中廣

得下廣三十二步

問斜長則將

下廣減中廣餘

二十以

五分乘之

以四除之得

斜長四十五步

解義此共圭梯求尖長中廣梯長下廣皆同法可求因凡用長除闊  
 數故漫列此二圖五明使人曉微即解前法並脚也問下廣將斜長  
 乘除得數漫加中廣者以斜長截去上尖已減去中廣差數故加入  
 始合下廣以積求然長哉  
 闊皆同圭法故不再贅

斜尖  
折半



今有斜尖田長三十步尖闊一十六

步問積若干

答置長步三十以闊

六十步乘之得

四百

折半得積二百四十步

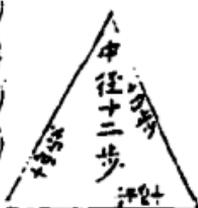
闊

解法 斜尖田 雖尖偏兩邊長短不一然以測為主長與長折半短與短折半乘十步折半得八十步仍合原四積也

三角

問徑

積圓



今有三角田每面一十四步問中徑及積若干

三角徑得面七分之六以面求徑六因七歸以徑求面

七因六歸置面四步以六因之得四步以七歸之得四步

徑一十二步

以乘面四步得四十八步折半得積八十四步

解義 三角田將六因七歸得徑面得七步徑得六步然以勾股法求圓容三角考之則又面七徑六為準解詳後圓容三角下

梭形

田圖



今有梭田中長五十二步中廣一十二步問積若干

置中長五十二步以中廣一十二步乘之得六百二十四步折半得

三百一十二步

三百一十二步

解法 設形將中十字分之二便是四小勾股細轉方配成一一直曰故用折半法與勾股等而用

徽攬

形田中長十步



今有橢形田中長四十步中濶一十六步同積若干

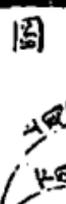
解法 置中長四十步另將濶六步折半得步併之得八十步

以半濶步乘之得積三百八十四步

解法 設田形中分即二細半弧矢其以半濶加長以半濶象枕以矢不折半以矢乘解二弧矢即橢田全積也

扇形

田積



今有扇形田上周四十步下周三十步中徑八步問積若干

解法 置上下二周相併得七十折半得五步為實另置中

徑八折半得四步為法除之得積一百四十步

解義 扇形如弓背如弧矢形而內周亦彎內外周折至如同律直  
解義 成二並大頭相顧故用中徑折半乘之

牛角

今有牛角田自尖至下濶中心依彎長十七步五分

田圖



濶八步問積若干 (舊法) 置中長一十七以濶步折

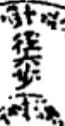
半得四乘之得積七十步

解義 牛角田如扇田之半取中彎一長  
解義 從圓內外步長各併折半一也

車朝

今有車朝形田外彎長四十五步內彎長三十六步濶六步

田形



問積若干 (舊法) 置外長內長併之得八步折半得四步

圖



以徑六步乘之得積二百四十三步

解義 車朝田如同割圓田或割三分四分之一或割五分六分之  
一作如圓田內周外周折半之法以徑乘之圓田徑步外周比  
內周多六步折圓如四分圓田徑一步外周多一步五分徑則五  
車朝徑長則為兩兩一也

全扇

今有扇形田兩斜直各十三步問積若干

**增法**置斜長

形田



一十步另將斜長折半得六步五分相併共一十九步五分為實以折半

六步五分為法乘之得積一百二十六步七分五厘

圖

解義扇形田乃圓四分之一即整半圓弧矢之半求積亦即弧矢法

如弧矢全弦併二十六步加矢十三步共三十九步折半得半

三廣

通長全六步今有三廣田南廣二十六步北廣五十四步中廣一

田形

十八步正長八十六步問積若干

圖

廣共八十折半得四十加中廣八步共五十八步再折半

得九步以乘長八十六步得積二千四百九十四步

又法倍中廣得六步加南北二廣共一百一十四步以乘長八十六步亦得

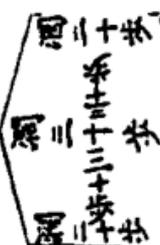
解義 三廣田或大廣居中如南廣二十六步北廣一十八步中廣五十四步與前法同其差須中調為正長之中兩頭相去均停乃可以三廣法其蓋兩頭廣雖大小不一而去中均停則可以三廣法平或大廣長小廣短則積差少大廣短小廣長則積差多須截二段作二梯田算為得

通長六十步

二梯

均平

圖



長廣

各異

二梯

圖



積一千五百步

通長六十步

今有並梯田中闊三十步兩頭去中均停廣各二十

步問積若干

○法置長

六十

另以中廣

三十

加兩

頭廣同止作

二十共五十

折半得

二十五乘長六十得

解義

此兩頭廣同不用再折故只用二廣與四廣用四解同無訛兩長同共不同皆可用此

今有長廣各異並梯田南廣三十二步北廣四十四

步中廣五十二步通長六十步內中闊至南廣二十

步中廣至北廣四十步問積若干

○法

置南闊

三

二加中澗五步共四步折半得二步以中澗至南澗二十步乘之得四十

步又將中澗五步加北澗四步共九步折半得四步以中澗至北澗十

步乘之得二十步合二段共得積二千七百六十步

解義此即二頭澗既不同長又不一若作三頭澗則折澗得四十五

短大澗長之故也若大澗短小澗長則積又差多忍用者差誤并錯

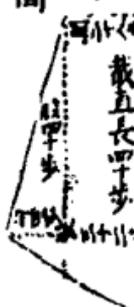
長澗今有四而長澗各不等由右正長五十步左斜尖

四不橫直截直長四十步下截勾股澗十步長三十二

等澗步上正澗二十八步豎直截下右勾股長四十步

澗四步問共積若干

又置左勾股長四十步以勾步折半乘之得積八十再置下勾股



步

長

三十步以勾澗

折半

乘之

得積

一百六

三共併積

一千三百六

十一

或截

一勾股餘

以截斜

田箕亦得

古法以斜弦丈量

差積必多

九

過至斜不等頃

截量為正

五分

今有等斜

五面各不

等截分

二段四角

斜長

三十六

步徑至斜

中上十二步

四分

步徑至斜

中上十二步

八分下

十五步

二分三角

長

二十二步

徑一十二步

三角

斜長

三十一

併二徑

共八步

折半得

四步

乘之得積

百

四角

斜長

六步

併二徑

共八步

折半得

四步

乘之得積

百

零四

又置三角

長二十步

以徑

二步

乘之折半

得積

一百三

二段共得積

六百三十六步

鮮

如二素相併

二徑

長短不一

相併折半

即是長

亦折半短亦

得半以長乘之

即是長各乘二

半

以長乘之

即是長各乘二

半徑分數

無差

因坐山

兩江

淮河岸

及崖坡過

等

必多

考缺

至斜

唯取

方直

頃扣

察形

勢以

五分 四分 三角



斜長三十一併二徑共八步折半得四步乘之得積百  
徑一十二步問積若干  
先置四角  
斜長六步併二徑共八步折半得四步乘之得積百  
又置三角長二十步以徑二步乘之折半得積一百三  
二段共得積

六百三十六步

鮮如二素相併二徑長短不一相併折半即是長亦折半短亦得半以長乘之即是長各乘二半徑分數無差因坐山兩江淮河岸及崖坡過等必多考缺至斜唯取方直頃扣察形勢以

多簡缺或取勾股圭角以天寺形以法求之故併列諸圖使人知

分截

倒順

二圭

圖

六角

形分

截四

改圖



各按圭

法截筭

合併得

積

一四角一八角

圭一斜圭形分

一弧矢各截六

照法筭 既圖



分截

三圭

求積

圖

解義各圖通是一理無非以盈虧缺倘遇考  
曲過多只須多分片段自可推準無誤

八角形  
至考斜  
然因形  
分截俱  
可成推  
詳况可  
悟其餘

國內二  
圭四併  
亦係四  
角四而  
尖不對  
故分三  
圭至

勾股 分數 弧矢



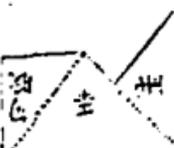
解義 前所形田是直田  
可以弧矢法其以此  
猶大半弧矢難以分  
故求之

分美



解義 此而該形田綽國  
夫其法當此國田截中  
段法其或分截作一直  
二弧矢亦無不可

三圭 相併



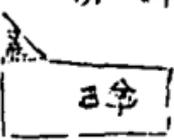
二圭 相併



弧斜 相併



勾斜 相併



牛角 減弧



解義 以上諸圖皆率一二以爲其餘大抵相形截分有長有缺測而  
積次將內缺外積美而或除無故方圓等田有缺皆可類推只以  
勾股圭弧等形截而算之或併或成以求定積其他形狀不必悉列  
至地畝步分或有時零不盡須用帶分母子法約而命之法俱載  
乘分章通分子母法下

○以上倫列諸形推晰截段已極詳盡然諸數以方圓為母測驗以勾

股為定頭考稽相容之數後可研索幾微免於舛誤故稟圖於後  
方圓說○問方問斜古法用方五斜七然以方五求斜則斜七有餘以斜  
七求方則方五不足此楊輝用開方法求方求斜理明以合本積張五  
建用方五斜七難以合數○問圓古法圓徑一尺周圖三尺（術）圓周  
一百五十七尺徑五十尺周求徑以五十因周用一百五十七除之徑  
求周以一百五十七乘徑以五十除之（術）周二十二尺徑七尺（術）  
周百尺徑三十二尺

程賓梁總論曰習算者咸以方五斜七徑一圓三為唯殊不知方五則斜  
七有奇徑一則圓三有奇故古人立法有勾三股四弦五之論而不能  
使方斜為一定之法有割圓矢弦之論而不能使方圓為一定之法九

平圓一十二立圓三十六皆不過取其大較耳或曰審率徑七圓二十  
二微率徑五十周一百五十七何不取二術酌之以立一定之法曰二  
術以圓為方以方為圓非不可但其還源與原數不同數多則散漫難  
收故箕曆者止用徑一圓三亦勢之不得已也或曰曆家以徑一圓三  
之說立法數似未精然郭守敬之法至今行之無弊何也曰曆家以萬  
分為度杪以下皆不錄縱有小差不出於一度之中况所謂黃赤道弧  
背度乃測驗而得止以徑一圓三定其平差立差耳雖然行之日久安  
保其不差也竊嘗思之天<sub>地</sub>之道陰陽而已方圓天地也方象法地靜  
而有質故可以象數求圓象法天動而無形故不可以象數求方體本  
靜而中斜者乃動而生陽圓體本動而中心之徑乃靜而根陰<sub>天</sub>外陽

而內陰地外陰而內陽陰陽交錯而萬物化生其機正合於時零不齊之處上智不能測巧曆不能盡者也向使天地之道俱可以限量求之則化機有盡而不能生萬物矣

拙翁論曰方中之徑為陰中包陽圓中之徑為陽中包陰以五七一三為法方與徑不足斜與周有餘陰常處縮陽常處盈此天地至理也化無方體惟有時零天地之數所以不測若簡直可了則天地亦易窮矣惟是天地之數無盡古人立法以盡之非真能盡之也可盡者以可盡之不可盡者立法以盡其無盡則不可盡者亦盡是數法之多時零亦勢之不得不然也蓋數至時零難齊雖推索至終究難窮盡如歷年之有歲差巧算亦難齊一但相差微者立法以成其差如後圓斜七方圓

步九分五厘積數仍多二毫五絲卽以此為法法自乘積差以合原積等類是也相差遠者加位以求其合縱分晰難盡務戒損至微期與本數不謬猶曆家萬分為度雖有小差不出一度之中如圓容六角六角容圓七分之六不合則加分厘毫絲以合之是也若必以數多散漫為疑一槩拘以成格是強數就法非以法推數究之舛錯已甚又何以為數之準乎且箕冢設絲忽微纖等位正以推究無盡之數使數位不宜多加則絲忽等可不立矣至圓法徑一周三雖云周三有奇然以之求圓數無差失易曰天圓圜三三天數也故箕曆不外一三為則此無俟紛鑿以滋煩碎故仍以古法為正蓋差必不合，則無差圓法徑周縱有微差亦同圓與六角雖微差難盡究與本積無戾也

大方

容小

方圖



今有大方面七步內容斜小方間積得大方若干

爲置大方面七步自乘得大方積九步另置小方斜即大

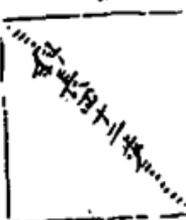
方面七步自乘得九步折半得小方積四步五分小方積得

大方積二分之一

解義內容一小斜方外四角湊合六成一小方內亦得大方一半外  
 積毫無差錯若以小方面四步九分五厘自乘得二十四步五分  
 零二毫五系比原積仍多二毫五系是斜七步方仍不足四步九分  
 五厘若再加位求合則數位繁多且難分斷至五厘乘即以一  
 爲源如一斜七步一合方四步九分五厘積差二毫五乘即以所  
 差爲法凡斜方面若干步自乘之積每二十四步五分內多二毫五  
 系以所差照步或除以合正積另以正積開方得方面細步數乘  
 無差忒之失○如以斜七步方四步九分五厘自乘得二十四步  
 得四十九步方四步九分五厘自乘積以二十四步除之以二毫五  
 外多二毫五系此將方自乘積以二十四步除之以二毫五系乘之  
 得數以減乘積得正積另將正積開方得方面○如以方五步乘斜方

斜七較方圖

五步斜七步零七重一毫一系方五自乘得二十五步斜加倍應得  
五十步以七步零七重一毫一系自乘得五十五步零四系五微五微  
二微一沙就將斜自乘積以五十步除之以四系五忽五微二微一  
沙乘之以減乘積得正積另將正積開方得斜長各異圖詳于後



今有方田斜長四十二步問積及方面各若干  
以斜置斜長四十二步自乘得一千七百六十四步折半得積八百八十二步以開方法求之得方面二十九步六分九厘八

毫四絲八忽四微八纖不盡

以方置斜長四十二步以方法分五厘乘之得

二百零七步九分以斜長步除之得方法二十七分自乘得八百八十二步九厘却以十二

四步除之得六步以五系乘之得九厘以減自乘積得方田正積八百八

十二步合斜自乘一半之積

解義斜七步方得四步九分四厘九毫七系四忽七微四纖六沙八

方五

較斜

圖

而當以斜積或半開方求之為的不然不待以五步為步是失總也  
即以四步九分五厘求之方面步多則積微成多亦斜求不丁為字  
方長二十步

今有方田每面長三十步開斜長并積若干

自乘得本積加倍得斜積開方得斜長此正法也

斜積方



積置方田三十以斜法七步零七厘乘之得二百一十  
步

三厘以方五歸之得斜法四十二步四分自乘得一千八百步零一厘  
三毫做却將積百步以五十除之得六十步以四乘五忽五  
六沙却將積百步以五十除之得六十步以四乘五忽五  
多一厘六毫三系八之數以減自乘之積得斜本積一千八百步以開  
方法求之得斜長四十二步四分二厘六毫四絲零六微八纖七沙不

盡

解長每方五步斜得七步零七厘一毫零六忽七微八纖一沙  
八塊六沙五微四六五二四四不不知數外詳齊故以七步

求七型一毫一系約畧為法求  
用政法合積仍用開方見斜長

方五

方六至十步

斜七

較成

圖



法方五自乘五步加倍得斜積該五步以斜七自乘

止九步是每九步少一步如以方求斜將方三平自乘

得九步加倍斜該百步以斜二步自乘得六十四步

就將積以四步折半得方積該六步併入六十四步得斜積一千八百步

七步自乘得九步折半得方積該六步併入六十四步以方五自乘得五步是每五步

多分照上圖以斜求方置斜二步自乘得六十四步折半該方積八百

二步以方三自乘得九步既將積以五步除之得六步以每步乘之

得八步以減九步得方積八百八十二步

解義方五斜七古人皆舉其大槩而言俾後人交通則必學其法  
不察數之合否膠柱鼓瑟遂至失之毫厘積誤千里故天

明得八  
共曉

方內

容圓

圖



今有方內容圓方長十步問圓積四隅積各若干

置方步自乘得方積一百步三因四歸得圓積七十

五步四隅長各五步折半得五分自乘得一隅積六步二

分五厘四隅共積二十五步圖得方四分之三四隅得圓三分之一

解義以十分為圓圓七分五厘四隅二分五厘則惠四分之三伴人易曉

方圓

弧隅

容較

圖



此圖方內容圓內又容方圓內方外容弧矢方

內圓外容四隅以法互相考較庶無差誤

求方內容圓法○今有方面五十六步問內圓及

四隅積各若干 置方面五十六步自乘得方積

三千一百三十六步三因四歸得圓積二千三百五十二步四隅每隅  
兩面長俱八十步俱折半得四十步自乘得一隅積一百九十六步以四隅  
因之得共隅積七百八十四步併圓積共合方積

**解義** 凡斜尖勾股等形俱以兩面長測相乘折半得積或以一面折  
半可中分作二勾股以長測相乘折半同隅內中往下廣相乘折半  
乃是斜尖形之半欲得內方測積作大方內斜方隅內即與強矢  
相對一強矢得一百九十六步一隅亦一百  
九十六步小測斜尖一半此毫忽無差也

求圓內容方法○今有圓徑五十六步積二千三百五十二步問內容方

面及積各若干

○法置圓徑即內方斜長五十六步以方法四分五厘乘之

得二千七百以斜法七步除之得內方面法三十九步自乘得一千五百六

六以二十四除之得六十四步以五厘乘之得六分以減自乘積得內方正

積一千五百六十八步合圓田三分之二另將積開方得內方面三十六步  
九步五分九厘七毫九絲七忽不盡或以斜自乘折半得積開方求

方面亦便

求圓內方外容弧矢法○今有圓徑五十六步內容小方問圓內方外四

弧矢積及矢弦各若干

**增法**用前斜求內方面法得弦長法三十九步六分

折半得一十九步九分自乘得三百九十二步零四分以二十四步五分除之二毫乘之得四百零四步

另置圓徑五十六步減弦長法三十九步九分餘一十六步四分折半得矢法八步二分以乘弦

長併一矢長餘徑四十七步八分得三百九十一步零四分加入半弦自乘所多四百零四步共七百九十五步零四分

九十步與半徑自乘同却置弦長法三十九步九分加矢長法八步二分共四百八十七步零四分折

半得二十三步九分以矢法八步二分乘之得一百九十五步零四分另將半徑所多四百零四步折

半得二十三步九分以矢法八步二分乘之得一百九十五步零四分另將半徑所多四百零四步折

得二加入得二弧矢積一百九十六步以四弧矢因之得共積七百八

十四步合內方二分之一若求弦長將內方積開方得弦三十九步五

分九厘七毫九絲七忽不盡將圓徑減弦長餘折半得天闊八步二分

零一毫零一忽不盡弧矢積併內方積合圖積

解義將大方分作四分內方同方內方得大方一半如此五相

考較毫忽無差方長約畧大無差之數立為求法或或補以合衆

多則漸減法繁柱約畧大無差之數立為求法或或補以合衆

積至求方求斜求弦求矢執法作實恐步數加多積差亦多故俱用

開方為確舊泥方五斜七作真舛錯殊甚今并列于後免誤後學

舊法載圖徑六步內容方面四十自乘得一百六十六弧弦

四十加矢折半得四步以矢八乘之得一百九十四弧矢

共積七百八十六併內方合圓田積五十二步多六步其

方五 斜七 差誤 圖



者何也是弦自乘得一千六百步每百步中多一步該多一十六步或每步  
矢內減去四步只該一百八十八步因是細半箇圓田弦長矢短故虛  
數多不准

拙翁辨曰此即前圖步數也圓容方內方得圓三分之一圓積二千三百  
五十二步二因三歸方積該一千五百六十八步以四十步自乘得一  
千六百步多三十二步四弧矢得圓三分之一應內方二分之一該七  
百八十四步今四弧矢共七百六十八步少一十六步其多少者何也  
正泥方五斜七之差也斜五十六步是八個七以八乘五故得方四十  
步斜七自乘四十九步折半得方積該二十四步五分方五自乘得二  
十五步正前所云二十五步內差多五分之說也將一千六百步以二

十五步除之得六十四步以五分乘之得三十二步此即方自乘多數也弦差長則矢差短故每弧矢少四步四弧矢共少一十六步將內方所多三十二步折半得一十六步以四弧矢歸之每弧矢加補四步乃合正積猶前法半弦自乘所多之數折半補一弧矢合積全弦自乘所多之數折半補四弧矢合積一理也舊法謂多十六步乃內方及弧矢合算比圓田積少十六步其寔方積差多三十二步不止十六步也弧矢積尚少十六步乃欲于每弧矢丹去四步合數豈不悞後學哉以此思之知方五斜七乃古人立法之大槩膠柱刻舟矢不攻自破矣又謂細半弧矢短弦長數虛不准將弧矢一法止可算半圓過此則無用矣又何用立弧矢法乎

方密

圓鏡

二攬

圖



今有方十四步內容圖，內容一鏡二攬，各積若干。

④注置方自乘得方積一百九十六步，三因四歸得

圓積一百四十七步，另置鏡四步，再以長折半七步，乘之

得鏡積九十八步，又以鏡長四步，用斜求方法，以四分五厘乘之，以七步

之得鏡長闊各九步，以減四步，餘得攬闊一分，置鏡尖長即攬長九步

加攬闊一半二步五厘，共九步五厘，以半闊五步乘之，得一攬積四步

四分九厘，另將鏡尖長闊九步，自乘得九十八步，以二十四除之，二毫

七毫五絲，另將鏡尖長闊九步，自乘得九十八步，以二十四除之，五毫

乘之得多，重就將重以四歸之，得五毫，加入攬積得正攬積二十四步

⑤分以二攬因之得共積四十九步，併鏡積合圓積，鏡積得圓三分之

③得外方二分之一，二攬積得圓三分之一，得鏡二分之一。

詳義以較上下二弧失補腰缺二弧失遺合圖內所名之方用純長  
 無差假積又用方法自乘多數補之者方法自乘每二十四步五分  
 多二毫五乘四弧失少多數之一半故前圖內容方各弧將方法自  
 乘多積折半分補四弧失攪回係二弧失相併故不折以四端之以  
 補一攪之積此至准無差舊圖用方五斜七將十四步五因七端  
 得餘失長十步以上下二弧補腰缺用方法十步自乘得一百步多  
 積二步概回長十步加半濶二步以濶四步乘之得二應積四十八  
 步少積一步俱不合三分之二之一本積乃以摠算比圖積步謂係  
 十步自乘得百步多一步豈不相差應絕今併改正

方容

八角

圖



今有方一十六步九分內容八角問八角面餘方八角  
 積餘積各若干

○注置方面一十六步另置方法九分  
 五以通二角得九分置斜步以通正面得七步是通長餘

方九步六角面七步即置六角中段正長一十六步以角面七步乘之得一百  
 八分又置角長一十六步加旁角面七步共二十三步折半得九步五步却以  
 三分

餘方面四步九乘之得五十九步一分加倍得二面積共一百十八步

併中段積得六角積二百三十六步六分零五毫又置餘方隅答四步

厘自乘得二十四步五分折半得一隅積厘一毫二絲二分五忽以四因之

得四隅共積四十九步零五毫併六角積共二百八十五步一分一厘另置通方十

六分自乘得方積二百八十五步六分一釐合六角四隅積

解義舊圖方而十七步前而七步仍以方五斜七作算通方積與八

數得斜長方而共數分定通算分算自皆符合但方十七步以七四五

二百八十三步二分二釐每一半較方自乘二百八十九步四分四釐折半得

七分八厘相差已遠今改正以斜七步方四步九分五厘立法算積

亦合然斜七步方四步九分五釐算積每二十四步五分內仍多二

毫五絲今隅自乘得二步四分五釐零二毫五絲零數自宜除去其

除去又與方積不合且隅而差多角而亦有毫數在內以并算積

差今更主圖較減于后須知止于方斜相較猶可以四步九分五釐

主法另特積每二十四步五分內減除二毫五絲以合木積若方容八角餘方差角面亦差毋不可以方斜之法減除故再加較減使知方容八角在較算方面角面不在積之相合遠為准定庶不貽誤後人

方容

方容各十六步八分九厘九毫

八角

角面

角面

七步

圖



今有方容八角計角面七步問通方長斜長餘

方長各若干方積餘方隅積斜積各若干

法置八角斜面正面同即隅小方之斜步自乘

得四折半得二十四以開平方除之得餘

方長四步九分四釐九毫七絲四忽七微四纖

六沙八塵三埃零五漠八三二六七不盡截作七一併二餘方加角面

七得方面長一十六步八分九釐九毫四絲九忽四微九纖三沙六塵

六埃一渺一漠六六五三四約二即置方面自乘得方積二百八十五

步五分九釐二毫九絲二忽九微一纖一沙二塵五粒六沙一漢三寸  
 四七不盡另置角中段長一十六步八分以角面乘之得八步一分  
 九釐六毫四絲六忽四微五纖五沙六又置角中長併加旁長即旁角  
 塵二埃八渺三步八分九釐九毫四絲九忽四微九纖以餘方四步九  
 面共三沙六塵六埃一渺一漢六六五三四鈞二以餘方四步九  
 九毫七絲四忽乘之得五纖五沙六塵二埃八渺一漢六五七三九不  
 七微回積有零乘之得五纖五沙六塵二埃八渺一漢六五七三九不  
 盡即兩旁二段共積併角中段共得八角積二百三十六步五分九釐  
 二毫九絲二忽九微一纖一沙二塵五埃六渺三漢三一四七不盡又  
 置餘方長四步九分四厘九毫七自乘得二十四分折半得餘方積二步  
 二分以同因之得四隅共餘方積四十九步併八角積合方積又將方  
 面一十六步以七因之以四步九分四厘九毫七絲四忽七微四纖除之

算術

二卷

四〇

得圖斜二十三步八分九釐九毫四絲九忽四微九纖三沙六塵六埃

(一)沙(一)漢(六)六(五)三(四)二(二)自乘得斜積五百七十一(一)步(一)分(八)釐(五)毫

(八)絲(五)忽(八)微(二)纖(二)沙(五)塵(一)埃(二)沙(六)漢(六)二(不)盡(合)方(二)倍積

解義 前較方斜方用四步九分五厘立法將方積以二毫五絲乘之

整方整斜可以消法減退且以求方而餘方係小方尚有角而七步多

數者即開方而廉一隅多出之矣如餘方自乘積二四步五分

除四步自乘得一十六步餘外二廉一隅止該九分四釐九毫七絲

四忽七微四纖六沙八塵三埃零五漢八三二六七一釐二毫九絲

九分零二毫零二忽零二纖五沙三塵五埃五沙三漢二釐二毫九絲

不盡以九分五釐自乘得九分零二毫二忽二纖五沙三塵五埃五沙三漢二釐二毫九絲

四沙六塵四埃四沙六漢七二三四二不盡而廉較九分五釐五沙三漢二釐二毫九絲

多二絲五忽二微五纖三沙一塵六埃九沙四漢二釐五沙三漢二釐二毫九絲

以而各四步共八步乘之多二毫零二忽零二纖五沙三漢二釐二毫九絲

五沙三漢七三三八六不盡合前一毫五絲四沙六漢二釐二毫九絲

係半方兩廉一隅俱全每隅多二毫五絲四沙六漢二釐二毫九絲

係二餘方四面俱有多數每步數以角而七步四而共六  
安乘之共多七毫零七忽零八纖八沙七知位城損之數乃開方惠  
四曰不悉故須減損加佐乃合本數以此知散漫無歸于運經之  
得之正數開方不足自應減損於華蓋乃數之微茫終無可虛第算位  
裁未為是也至損之又指於華蓋乃數之微茫終無可虛第算位  
全泐漢已在希微有無之間下此緯有各目之微茫終無可虛第算位  
加西五位乃截止推算緯積未微多增歸不至邊積亦不可於漢更  
片笑兩邊共積八角中段積與兩邊積均平無多少折半以餘方無  
乘即兩邊共積八角中段積與兩邊積均平無多少折半以餘方無  
個餘方一個角以角而乘是兩個餘方而相乘一個角亦是兩  
兩邊長角相加一角而乘是兩個餘方而相乘一個角亦是兩  
個餘方一個角以角而乘是兩個餘方而相乘一個角亦是兩  
乘積合一乘與中代角有兩個餘方而相乘一個角亦是兩  
得四十二方積合一乘與中代角有兩個餘方而相乘一個角亦是兩  
方合成二方積合一乘與中代角有兩個餘方而相乘一個角亦是兩  
四十九步旁亦係角而乘得二十四步五分合方而積一乘與中代角  
三十八分原九毫有零比通方是整多七步半斜無差通斜長八  
皆與方同長以斜計兩尖多一斜之半斜三安五分兩夫共面  
多一分之整料共得七步也則七步方之斜環相倚七步方之長  
九分零若以斜作七步則七步方之斜環相倚七步方之長

將兩尖作二小方各別七步共一十四步中心方七步斜該二個小

方長九步八分九釐九毫四絲九忽同微九纖三沙六塵六埃一渺

一漠六六五四三二合併即通斜之長無差斜自乘得方二倍積乃

比方多方外之二原一隅將方長以二虛共步乘之又將一隅自乘

合二數併方自乘數即斜向乘之積無二此即前方內容小斜方得

大方一半小方斜即大方面自乘得小方二倍明白易曉

方容方面各于七步零七厘二毫七絲

八角 面長斜長各若干方積角積餘方隅積斜積各

除方 若干 總積置餘方五即小方面八角斜面即

面五 小方之斜得角(面七)步零七釐一毫零六忽七

步圖 徵八纖一沙一塵八埃六渺五漠四六五二四

四不蓋截作二五併加二餘方共步得方(面)一十七步零七釐一毫零

六忽七纖八埃一沙一塵八埃六渺五漠四六五二杓五自乘得方積

二百九十一步四分二釐一毫三絲五忽六微二纖三沙七塵三埃零

九漠不盡另置角中長一十七步零七釐一毫有零以角而乘之得二百

步零七分一釐零六絲七忽八微一纖一不盡又置中長加旁角而長得十二

沙八塵六埃五渺四漠五一一一六不盡以餘方五乘之得兩旁積一百

四步一分四釐二毫一絲三忽五微六以餘方五乘之得兩旁積一百

纖二沙三塵七埃三渺零九三零五以餘方五乘之得兩旁積一百

步零七分一釐零六絲七忽八微一併角中長得八角積二百四十

一沙八塵六埃五渺四漠六五二五併角中長得八角積二百四十

一步四分二釐一毫三絲五忽六微二纖三沙七塵三埃零九漠不盡

餘方五自乘得五折半得一餘方積一十二步五分四因得四隅共

五十併入八角積與通方積合另將方面以角而乘之五步乘之五端之得

通斜長二十四步一分四厘二毫一絲三忽五微六纖二沙三塵七埃  
三渺零九三零五自乘得斜積五百八十二步八分四釐二毫七絲一

忽(二)微(四)纖(七)沙(四)塵(六)埃(一)渺(八)漠(不)盡

解義 上是以角而七步求餘方通方不足十七步此是以餘方五步  
此漢佳以下兩考積較中段微多者乃角而末位二四四截作二五  
中考角而餘方各乘截就多數微有參差也然所差俱在漢佳以下  
此無病相較大數漢後仍加四五位主美者以此故也

圓方客主方較



今有圓內客方方內客四圭圓徑五十六步問圭長及

中徑并積若干 (解法) 置方斜即圓徑五十六步折半得圭

斜六步自乘得七十八折半得三十九以開平方法求

之得圭徑法一十九步八分加倍得圭闊法三十九步六分相乘得百

八十四步仍用步五十四除之五餘乘之減去差多餘折半得一圭積

三百九十二步每一圭得兩方四分之一得圓六分之一得一孤埃三

分之二

解義 內方容圭即將圓四十字分勢每兩尖對處得圭長即是方面  
此以圭斜為弦半面及徑為勾股測之也故以勾股為準故復到此圖反覆推驗庶可洞了無惑

圖容

六角

圖



今有圓徑四十步內容六角間六角面及長併六角積

六弧矢積各若干 增注置圓徑長四十以六角正長

得圓徑 八分七厘六毫三 截就法乘之得 內六角正長

三十五步零五厘五毫一絲八忽四微另置圓周 一百二 以六歸之得

六角一面弧背 二十 以六角面即弧弦得弧背 九分六厘三毫二 截就

法乘之得六角面即弧弦 一十九步二分六厘四毫八絲四忽二微 却

將六角尖長即圓徑 四十 減角面闊 一十九步二分六厘餘二十步零

算海記詳

二卷

只

五毫一系折半得十步零三分六厘七加入角面一十九步二分六厘  
五忽八微折半得毫五系七忽九微加入角面一十九步二分六厘  
得二十九步六分三厘以正長三十五步零五厘五乘之得六角積一  
二毫四絲二忽一微

千零三十八步七分六厘九毫九絲七忽零另將圓徑四十成正長三

五步零五厘五毫餘四步九分四厘四折半得弧矢二步四分七厘二  
一系八忽四微餘毫八系一忽六微折半得弧矢二步四分七厘二

加弦即角面折半得十步零八分六厘八以矢乘之得一弧矢積二十

六步八分七厘一毫六絲七忽三纖九沙九塵以六弧矢因之得六弧

矢共積一百六十一步二分三厘零五忽二微三纖四塵併六角積合

圓田積外多二六角得圓積七分之二零五九四九一三約五

解義因徑求角長因弧背求弧弦俱言截就法者因各有不尽之數  
故于沙塵微數不復再推截而就法以求大數無誤則相差不

微無碍分數亦數處難立法盡數之意六角得圓七分之二六不  
後云約五因不尽故約畧截止以便測驗也舊法外差甚遠見後辨

較圖



步另置角正長三十五步零五重五  
又置角面即弧弦一十九步二分六厘自  
乘得一千二百

乘得

三百七十一  
步一系零

併二數合斜自乘一千六百步

不盡

較圖

此以弧矢法用矢乘餘

置弧弦折半得

九步六分三厘二

自乘得

九十二步七分八厘三

另置圓徑

四步

減矢二步四分七厘二

得餘徑

三十七步五分二厘

以矢乘之得

九十二步七分八厘三

解義 較六角中長方一段如一五四用角長如較面長如勾斜長如

較合積乃可得角長角面清法其仍有零餘故差則較法內各有

多故之纖沙在內七若如舊法謂六角得圓七分之二六則六弧矢應

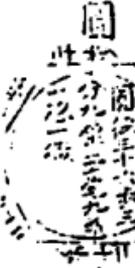
行零今六弧矢積止一百六十一一步有零豈不相差遠甚

六角

今有六角面各二十步問角正長斜長併容圓積餘角

容圓

圖



積各若干 容圓 六角面得六角斜長四分八厘

西步二十以四分八厘一毫六系二忽一微零五沙為法除之得斜長四十分

一步五分二厘六毫四絲二忽四微二纖另置斜長四十一分五厘五分二忽

四微以角正長得斜長八分七厘六毫為法乘之得角正長三十六步

三分九厘二毫九絲一忽一微却置斜長四十一分五厘五分二忽六毫

角面步二十餘折半加入面長共三十分零七分六厘三以角正長六步

三分九厘二毫乘之得六角積一千一百一十九步五分六厘二毫八

絲四忽另置斜長減圓徑即角正長三十六步三分九厘一忽一微餘五步三分

五系一忽折半得餘角尖長二步五分六厘六毫丹置圓徑即角正長

三微一忽折半得餘角尖長七步五忽六微六纖

三十六步三分九厘減角面二十餘折半得八步一分九厘六毫却以

二毫九系一忽一微減角面步四系五忽五微五先去却以

餘角尖長乘之得每餘角積二十一毫三厘三絲零六微二纖

五沙零以六餘角因之得六餘角積一百二十六步二分二厘九毫八

絲三忽七微五纖零併圓積九百九十三步三分三釐二毫九絲七忽

八微二纖零合六角全積忽零六角容圓八分之七零九八不盡

解義凡餘角將圓徑減角面餘折半者乃中減角正長一面之餘徑也其餘角長乘猶圓面以弧矢乘餘徑乃一形自具一數此自然之可測也然餘角併圓積比六角積仍少二忽零者則截就之法原有截加微差在內也

舊法

差誤

圖



舊法圓容六角與六角容圓一例凡求積俱用六因七歸然止立圖說無所立之法及立步推驗皆不合故立前法附辨於後

拙翁辨曰圓容六角角外六弧矢弦平得步多六角容圓圓外六餘角圓背彎數虛得步少此視其圖形可辨今立法互較圓容六角七分之六有零六角容圓八分之七有零此確數也舊法通作七分之六與六角容圓相差固屬天淵即於圓容六角亦懸殊誰合如前圖圓徑四十五步圓積一千二百步以七分圓積時零雜盡設如圓徑八七五十六步自乘再三因四歸得圓積二千三百五十二步用六因七歸六角應得二千零一十六步六弧矢七分之一應得三百三十六步反覆推驗究無合處用增法考求六角得二千零三十五步九分八厘九毫有零六弧矢三百一十六步零一厘不盡較七分之六六角少一十九步有零六弧矢多一十九步有零差誤豈不遠甚哉或以零餘不便為疑不知著

期於使用立法所以推數法可就數而數雜執法數多時零矣而必  
無時零之法惡之其實推驗不合又奚用斯法爲乎或曰就增立之  
法其間忽微亦有相差未遠足為準也愚曰數至忽微所差已細正猶  
昏家萬分爲度雖有小差不出一度之中此無誤于大數者也且差者  
乃所立截就之法恐位過多不便在冥故于細微小數量加截就法內  
有截加之數則積數自微有參差非真數之差也若圓角步數過多不  
妨再加位損減以求有合與方斜同一理也或曰何不再加位以務求  
歸盡無纖差乎曰凡數之無時零者可盡有時零者終不可盡如三歸  
七歸之類終不可盡且柰何譬諸天地之大有可見可知亦有不論不  
識此天地之所以爲大也數有可盡亦有時零不可盡此數之所以爲

大也知乎此者可與言數學矣

圓容



今有圓徑八步內容三角問三角及弧矢各積若干

三角八步長六步八步置角面得七步三角正長六步置角面

以正長六步乘之得四步折半得三角積二十一歩另

置角面即弧弦七步將圓徑八步減三角正長六步餘二步為弧矢併入弧弦折

半以矢乘之得弧矢積九步三弧矢共積二十七步併三角積共四十八步

台圓積三角得圓十六分之七圓求三角七因十六除三角求圓六乘

七歸

解義三角得圓十六分之七者三弧矢二十七步是三圓九步三角

曰十六分之七以此莫弧矢三角積與圓積無差然以勾股較之

角由七步中長六步有中長作六步用無徑與斜來半徑較之用

夫乘餘徑與半法自乘與不合如前圖為五七步以勾股求之  
如自乘得四十九步正長即股自乘得三十六步半法即勾自乘  
得十二步二分五厘合二數比角面即弦自乘數少七分五厘若  
步數增多如圓徑八七五十六步三角面缺七七四十九步中長缺  
六七四十二步以步算積合然以四十九步為弦自乘得二千四  
百零一步半面如勾以二千四百步五分自乘得六千六百零二步  
中長四十二步即股自乘得一千七百六十四步四分五厘其差少者何  
也三角之整面半面無可疑自係中長不足故也如一相七步自乘  
中長六步自乘得三十六步半面較斜而少七分五厘每三  
十六步少七分五厘也將四十二步自乘之一千七百六十四步以  
三十六步少之得四十九步五分乘之即得三十六步七分五厘  
重可見數始于一積而至於多所差必速以此知三角缺矢之數未可  
為準也且以前截圖中半法求之一面缺矢二步弦七步正對再截  
為矢二步中餘四步將弦七步保中徑八步折半得七步五分以四  
步乘之得三十分步將中徑八步乘弦七步餘一步折半得五分自  
乘得二分五厘共積積三十步零二分五厘保二步折半得五分自  
積多二分五厘則缺矢之數必少可知也然而以求  
諸圓皆合者何也曰圓容三角將圓以十六分之二合故也無不合也其定  
得七分以施之諸圓皆可以十六分之二合故也無不合也其定

餘矢不足二十七步三角二十一一步有餘何也三角中長短則積數稍虛也

三角

容圓

圖



今有三角容圓角面七步問圓積餘積各若干

答

置三角面七步六因七歸得中長六步以乘面七得四十二折

半得兩通積二十一一步另以角中心離尖三分之二將

中長六步二因三歸得中心離角尖四步以減長六步得離面七步之得圓徑

四自乘得一十六步三因四歸得圓積一十二步再置中長六步減圓徑四步

得尖長二步又置一角餘面各五步六因七歸得中長三步折半得一五步以

尖長二步乘之得餘角積三步三角得共積九步併圓積合三角積圓得

三角七分之二

解義 水餘角用角面半長三步五分者一角容圓起至面中心自中

心以上皆有空餘數也角西三步五分橫湖亦三乘五分乃不

用橫湖而因得用中長者三角數定即用中長乘下測容圖數在案  
則寔用之虛則虛就之圖外餘長二步此寔步也故仍用二步容圖  
之而虛故不用橫湖用中長以就內虛之數也九有一形必具一數  
皆天造地設不可人力為者又用折半者求角求角求角皆與乘後折  
半一也○角而七步中長六步零六厘有零不止六步然圖中心得  
角夫三分之一則確不可移固加入餘零數多乘星不便覽悟故仍  
就舊法立圖在學者  
會悟酌用之可耳

三角  
容四  
三角



今有三角內容四三角大三角面一十四步間每角各  
積若干 **舊法**置大三角面四步六四七歸得中長十  
二乘面得一百六折半得大三角積八十四步另將每  
面折半得步以中長十二折半得步乘之得四步折半得積二十一  
合四小角共得四步合大三角積

解義以勾股法準之三角面七步中長六步零六厘二毫一系七忽  
七微有零中長六步面六步九分二厘八毫二系零三微不

若欲三角仍以此為準第其中心及容角分數俱無益故仍就七步  
六步大駁駁之使人易曉下做此

三角

今有三角內容三四角大三角面一十四步問每四角積

容三

若干

四角

置每面一十六因七歸得中長二步相乘得

圖

一百六折半得積四步另以小角中長八步以濶步乘之得

五十

折半得一四角積二十八步併三小四角合大角積

直田

今有直田長二十步濶十八步內容六角每角面十步問

容六

六角積及餘積若干

角差

置通長二十以濶步乘之

誤圖

得直積三百六另置中長二十減去半面濶步餘長一十五步

以濶

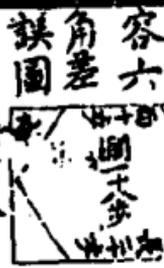
乘之得六角積二百七十步又置角外餘長九步以餘濶折半

二步

乘之得六角積九十九步併六角積

五分

乘之得一角餘積二十二步五分四角共餘積九十九步併六角積



合直田積

角義以中長二十步或五步即中長與角面折平也六角上下二面  
各十步四斜面以勾股法求之外餘角長九步為股自乘得八  
十一步開五步為勾自乘得二十五步二共一百零六步以開平方  
法求之得斜面法十步零二分九厘五毫六絲三忽零今以平方  
步而旁五步算積不若以此定六角面則差遠矣蓋數有長短安  
成六角其面測尖長皆有一定多一分不得少一分不得舊法皆泥  
執五分有零不足十八步角面九步六分有零不足十步若六角每  
面十步則尖長二十步七分有零正開十八步一  
分有零不止長二十步開十八步今併較正千後

明長

二十

步圖



今有直田長二十步內容六角尖長與直長齊問直田角  
面及角積餘積各若干

長得尖長八分七厘六毫三絲乘之得直田即角正長十七

步五分二厘七毫五絲九忽二微又將通長步二十用六角法角面得尖

長四分八厘一毫六絲乘之得

角面九步六分三厘二毫四絲二忽一

微却置通長二十以濶十七步五分二厘七

乘之得直田積三百五十

步零五分五厘一毫八絲四忽另將通長加面長折半得

分一十四步八

二系一忽以通濶乘之得六角積二百五十九步六分九厘二毫四絲

九忽二微六纖三沙零一埃一渺六漢又置角外餘長得通濶一半

七分六厘三毫以角面一角餘濶五步一分八厘三毫乘之得積折半

得一角餘積二十二步七分一厘四毫八絲三忽六微八纖四沙二毫

四埃七渺一漢四角共得餘積九十步零八分五厘九毫三絲四忽七

微三纖六沙九塵八埃八渺四漢併六角積合直田積

解義

以長求面用四分八厘一毫六絲二忽一微零五沙即前圖本六角以法背求法也六角以背得能一半故法背九分

六厘二毫二系四忽二微一纖通  
長即圓全徑故用折半一理也

角面

十步

圖



今有直田內容六角面各十步問直田長闊及角積餘積

各若干

○法置角面

步

用六角法角面得尖長

四分八厘一毫

六系二忽一微零五沙

一除之得尖長

即直長二十步零七分六厘三

毫

○又以六角法正長得尖長

八分七厘六毫三

系七忽九微六纖

乘

之得角正長即直闊一十八步一分九厘六毫四絲五忽五微五纖

却

置直長以闊乘之得直田積三百七十七步八分一厘六毫八絲六忽

五微零一沙四塵七埃一渺一漠五五另將尖長加面長折半得一十

三分八厘一毫六系零六微零五沙以角正長即直闊乘之得六角積二百七十九步八

分九厘零七絲一忽零七塵三埃五渺五漠七七五又置角外餘長得

○法置角面步用六角法角面得尖長四分八厘一毫六系二忽一微零五沙一除之得尖長即直長二十步零七分六厘三毫

直闊一半

九步零九厘八毫二系二忽七微七纖五沙

以角面一邊餘角闊

五步三分八厘一毫六系零六

微零五沙乘之得

三角積四十八步九分六厘三毫零七忽七微五纖零三

塵六埃七渺七漠

八七五加倍得四角餘積九十七步九分二厘六

毫一絲五忽五微零七塵三埃五渺五漠七七五併六角積合直田積

解義詳前二圖則舊法之差可知若作濶十八步亦可

解義

詳前二圖則舊法之差可知若作濶十八步亦可

長求而長亦不止二十步面又不足十步矣

拙翁復論曰余立此截就法考究圓容六角大角容圓與直容六角底數有合無誤矣其中雖仍有忽微不齊皆因細微不差大數姑截而就之以便布筭如直容六角以角面用法求得夫長數已多零又用法以長求濶未免零餘愈多但至忽微纖沙之外細微無關大數亦可截而就之廢不為法所窮則法原甚活變也倘或圓或直或六角加至千百步

之多則所差忽微必積少成著便將前法再為減損推合加位布算如  
角正長得尖長八分七厘六毫三絲七忽九微五纖九沙一塵五埃五  
渺六漠二九角而得弧背九分六厘三毫二絲四忽二微零四沙九塵  
五埃四渺六漠二八則步數雖長所差止在微細終無差於大數此在  
因步多寡而約量截就用之耳乃不悟者或以數零位多不便為款款  
思筭位設至塵埃渺忽以至虛空清淨夫何為乎政因數多零餘立此  
多位推晰思及此亦可豁然無疑於其說矣

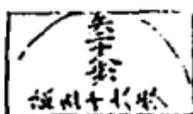
直容

今有直田長五十六步濶二十八步內容臥矢間臥矢積餘

臥矢

積各若干 舊法置直田長濶相乘得積一千五百六十八

圖



步另置弦加矢折半以矢乘之得臥矢積一千一百七十六

步再置餘角兩面各

八步

折半得

四步

自乘得

一角積

一百九十六步

二角共

三百九十二步

弧矢得長

四分之二

三

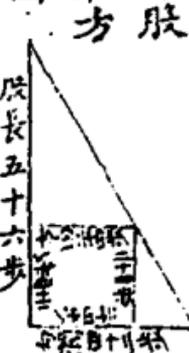
解義

弧矢即半圓直回即半方故弧矢亦得直四分之三然在懸半弧矢則合若細半弧矢即不合矣切勿誤也

勾股容方容圓歌○勾股容方法最良○以勾乘股積實詳○合併勾股為除法○得數便為方面長○容圓勾股乘為積○勾股併弦合法除○得數加倍知圓徑○求方求圓兩無疑

勾股容方

圖



今有勾股內容方勾四十二步股五十六步問中容方面若干

答置勾

四十二步乘股

五十六步得

二千三百

五十

為實以勾股併得

九十八步為法除之得

中容方

二十六步

面二十四步

增求方外

餘積

置勾股相乘

二千二百

折半得勾股

面

一百一十二步

折半得勾股

本積

七千一百

另置內方面

四步

自乘得內方積

五百七十六

步

又

三

勾

二步減內方

四步得餘勾

八步

置股

六步減內方

四步餘

二步併

一

數共

五折半得

五步以內方面

四步

乘之得餘勾

股積

六百

步併

內

方積合全勾股積

解義

以勾股相乘之數用勾股合併除之者乃將乘數用勾股平

十四個五十六步如勾股相乘得二千三百五十二步置四十二步

以二千四百步乘之得一千零八步置五十六步以二十四步乘之得

一千三百四十四步合併正合相乘之數四十二步五十六步者勾股不

同之數也二十四者勾股合同之數也合同處正是湊合成方處

以勾四十二步除股五十六步勾一步股一步三分三厘不盡以三

乘之股得四步勾一步亦以三因之得三步步是勾三步步是股四步即

勾股斜弦之數也股自下而上四六二十四步勾自尖而內應去三

六一十八步以殘三十二步乘成內方試將餘勾一十八步以二十四步

容圓 勾股

三十二步以二十四步乘之得七百二十八步折半得三百八十四步此股餘積也再將內方積五百七十六步折半得二百八十八步併入餘積二百一十六步倍之得一千零八步正合二十四步四十二之積併入餘積三百八十四步加倍得一千三百四十四步正合二十四步之積五十六之積此數之總然可驗者也論積內方得勾股四十九分之二十四然勾有圓缺不同或有長短不一只以方而為定如此圖內方是以二十四分餘勾股二十五分合或四十九分是也求餘勾股積折餘勾股併折半以二十四步乘之即分勾股以二十四步乘之折半一法也



今有勾股內容圓勾四十二步股五十六步弦七  
十步問中容圓徑若干 增法置勾股相乘得千  
三百五為實併勾四步股五步弦七十共一百六  
十二步為實併勾二步股六步弦七十共十八步

為法除之得三面至圓心各一十四步加倍得圓徑二十八步另置勾  
股相乘折半得勾股積一千一百七十六步置圓徑八步自乘得七百八十四步三因四

歸得內圓積五百八十八步又置勾二四步減圓徑八步餘四步置股十五

六步減圓徑八步餘八步併二餘數共二四步折半得一十以圓徑八步乘

之得餘勾股積五百八十八步併內圓積共七十一百合全勾股積

解義容方併勾股為除法容圓又加弦者方圓四止勾股各二面

即將勾股相乘數用勾股弦平分也以勾股弦除積得十四步勾是

十四個四十二步股是十四個五十六步弦是十四個七十四步置四

十二步以十四步乘之得五百八十八步置五十六步以十四步乘

之得七百八十四步置弦七十步以十四步乘之得九百八十四步併

三數共二千三百五十二步合勾股相乘之積四十二百五十六步十

者勾股弦不齊之數也十四者勾股相乘之積四十二百五十六步十

合成圓矩然容方與勾股為除法即得方圓勾股弦為除法止

得圓半徑何也容方勾與股是二面合在角故得一面全數容圓是

三面合在十四步者乃三面合用加倍法得全徑二十八步舊

合中心處止半徑加倍乃得全徑故用加倍法得全徑二十八步舊

將積加倍以勾股弦除之得全徑合然特倍數以就全徑耳立法

測狹長短不一未可以為定只以圓徑為準其六以圓徑為準者何也如此圓徑二十八步將徑三四四得得二十一以二十八步乘之即得圓積餘勾股亦是二十八乘二十一故兩下得積皆同是也求餘勾股積亦用餘勾股折半以圓徑乘之與方同者何也方面定面以外皆餘積易見之容圓如餘股二十八步橫測止二十一一步餘勾一十四步直長止十八步六分六厘不盡皆用圓徑二十八步乘之者有圓外三隅零以補之共數造合此則數理天然之妙驗之不差繁紊者也

又勾股容圓法○今有勾股內容圓勾三十二步股六十步弦六十八步

問容圓徑積各若干（繪法）置勾股相乘得一千九百以勾股弦共百

六十除之得圓半徑二十步加倍得全徑二十四步將四步三因四歸得

一十以圓徑四步乘之得內圓積四百三十二步另將勾二步減圓徑

二十餘八步減圓徑四步餘六步併二數共四步折半得二步以

圓徑四步乘之得餘勾股積五百二十八步併內圓積共九百六合勾

股相乘一半為全勾股本積

解義

圖機是以二十四乘一十八餘勾股積異以二十四乘一十二

勾股積得四十分之二十二共四十四是圖積得勾股積

平半恐人誤認為定則故復列此五明容方亦微以此